



**Национальный исследовательский ядерный  
университет «МИФИ»**

**Институт ядерной физики и технологий**

**Лаборатория экспериментальной ядерной физики**  
**<http://enpl.mephi.ru/>**

**А.И. Болоздыня**

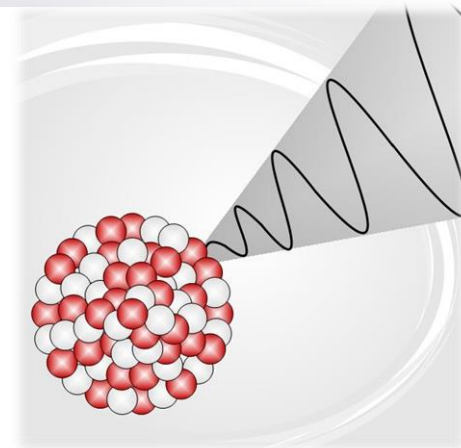
# **Экспериментальная ядерная физика**

**Лекция №6**

**Гамма-излучение ядер**

## **Лекция №6**

### **Гамма-излучение ядер**



- 1. Введение**
- 2. Законы сохранения при гамма-переходах**
- 3. Внутренняя конверсия**
- 4. Гамма-спектроскопия**
- 5. Гамма-спектрометры**
- 6. Эффект Мёссбауэра**
- 7. Использование ядерных гамма-излучений в прикладных исследованиях**

# 1. Введение

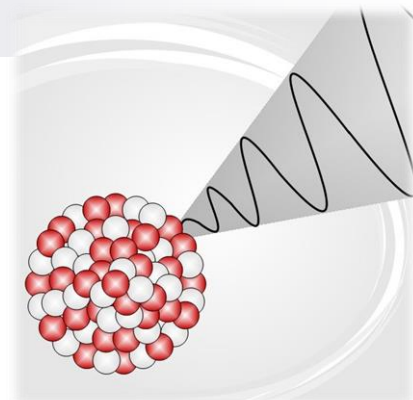
**Гамма-излучение ( $\gamma$ -излучение)** – электромагнитное излучение, принадлежащее наиболее высокочастотной (коротковолновой) части спектра электромагнитных волн.

*Частота  $\times$  Длина волны = Скорость*

$$\nu \cdot \lambda = c$$

<i>Название</i>	<i>Длина волны, м</i>	<i>Частота, Гц</i>
радиоволны	$3 \cdot 10^5 - 3$	$10^3 - 10^8$
микроволны	$3 - 3 \cdot 10^{-3}$	$10^8 - 10^{11}$
инфракрасное излучение	$3 \cdot 10^{-3} - 8 \cdot 10^{-7}$	$10^{11} - 4 \cdot 10^{14}$
видимый свет	$8 \cdot 10^{-7} - 4 \cdot 10^{-7}$	$4 \cdot 10^{14} - 8 \cdot 10^{14}$
ультрафиолетовое излучение	$4 \cdot 10^{-7} - 3 \cdot 10^{-9}$	$8 \cdot 10^{14} - 10^{17}$
рентгеновское излучение	$3 \cdot 10^{-9} - 10^{-10}$	$10^{17} - 3 \cdot 10^{18}$
гамма-излучение	$< 10^{-10}$	$> 3 \cdot 10^{18}$

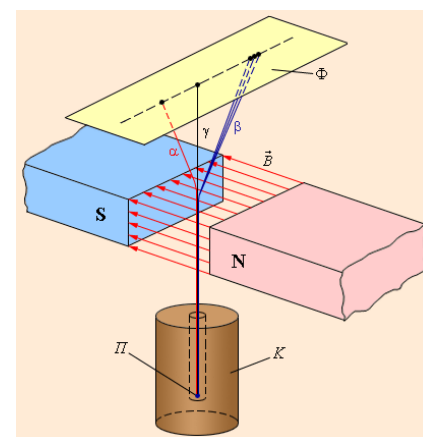
**$\gamma$ -излучение ядер:** ядро ( $A, Z$ ) испускает гамма-квант без изменения массового числа  $A$  и заряда  $Z$ . Испускание  $\gamma$ -излучения обычно происходит после  $\alpha$ - или  $\beta$ -распадов атомных ядер, если образовавшееся ядро образуется в возбуждённом состоянии.



**Гамма-излучение** испускается при переходах между возбуждёнными состояниями атомных ядер (в диапазоне от  $\sim 1$  кэВ до десятков МэВ), при ядерных реакциях, при аннигиляции электрона и позитрона, при электромагнитных взаимодействиях частиц

### История открытия различных видов радиоактивности

Тип радиоактивности ядер	Вид обнаруженного излучения	Год открытия	Авторы открытия
Радиоактивность атомных ядер	Излучение	1896	А. Беккерель
Альфа-распад	${}^4\text{He}$	1898	Э. Резерфорд
Бета-распад	$e^-$	1898	Э. Резерфорд
Гамма-распад	$\gamma$ -Квант	1900	П. Виллард
Спонтанное деление ядер	Два осколка	1940	Г.Н.Флеров, К.А.Петржак
Протонный распад	$p$	1982	З. Хофман и др.
Кластерный распад	${}^{14}\text{C}$	1984	Х. Роуз, Г. Джонс; Д.В.Александров и др.



### Характеристики радиоактивного распада

Тип распада	Испускаемая частица	$\Delta Z$	$\Delta N$	$\Delta A$	Типичные энергии испускаемых частиц, МэВ	Пример	Последствия
$\alpha$	${}^4\text{He}^{2+}$	-2	-2	-4	$4 \leq E_{\alpha} \leq 10$	${}^{238}\text{U} \rightarrow {}^{234}\text{Th} + \alpha$	$Z > 83$
$\beta^-$	$e^-, \bar{\nu}_e$	+1	-1	0	$0 \leq E_{\beta^-} \leq 2$	${}^{14}\text{C} \rightarrow {}^{14}\text{N} + \beta^- + \bar{\nu}_e$	$N/Z > (N/Z)_{\text{стаб}}$
$\beta^+$	$e^+, \nu_e$	-1	+1	0	$0 \leq E_{\beta^+} \leq 2$	${}^{22}\text{Na} \rightarrow {}^{22}\text{Ne} + \beta^+ + \nu_e$	$(N/Z) < (N/Z)_{\text{стаб}}$ ; лёгкое ядро
$\beta^-$	$\nu_e$	-1	+1	0	$0 \leq E_{\nu} \leq 2$	$e^- + {}^{207}\text{Bi} \rightarrow {}^{207}\text{Pb} + \nu_e$	$(N/Z) < (N/Z)_{\text{стаб}}$ ; тяжёлое ядро
$\gamma$	Фотон	0	0	0	$0,1 \leq E_{\gamma} \leq 2$	${}^{60}\text{Ni} \rightarrow {}^{60}\text{Ni} + \gamma$	Возбуждённое ядро
БК	Электрон	0	0	0	$0,1 \leq E_e \leq 2$	${}^{125}\text{Sb}^* \rightarrow {}^{125}\text{Sb} + e^-$	Случай, где $\gamma$ -эmission подавлена

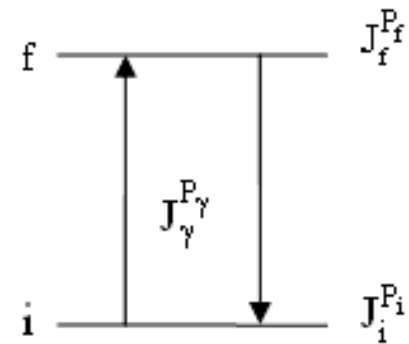
## 2. Законы сохранения при гамма-переходах

**Гамма-переходы** происходят между ядерными состояниями, характеризующимися определёнными значениями спина  $J_i, J_f$  и чётности  $P_i, P_f$

Законы сохранения момента количества движения  $J$  и чётности  $P$  в электромагнитных переходах определяют спин  $J_\gamma$  и чётность  $P_\gamma$ , уносимую  $\gamma$ -квантом

$$\vec{J}_f = \vec{J}_i + \vec{J}_\gamma \quad \text{или} \quad |\vec{J}_f - \vec{J}_i| \leq \vec{J}_\gamma \leq \vec{J}_f + \vec{J}_i$$

$$P_f = P_i \cdot P_\gamma \quad \text{или} \quad P_\gamma = P_i \cdot P_f$$



Полный момент количества движения  $\gamma$ -кванта принимает целочисленные значения, начиная с единицы:  $J = 1, 2, 3, \dots$ . Значение  $J = 0$  для  $\gamma$ -кванта исключено, так как оно отвечает сферически симметричному состоянию, а электромагнитная волна поперечна.

Число  $J$  называется мультипольностью  $\gamma$ -кванта. В частности, низшие мультиполи имеют следующие названия: диполь ( $J = 1$ ), квадруполь ( $J = 2$ ), октуполь ( $J = 3$ ).

Спин  $\gamma$ -кванта  $J = 1$

$$P = (-1)^{J+1} \text{ — магнитные } \gamma\text{-кванты (MJ);}$$

$$P = (-1)^J \text{ — электрические } \gamma\text{-кванты (EJ).}$$

Правила отбора по чётности

$$P_i \cdot P_f = (-1)^J \text{ для EJ } \gamma\text{-квантов;}$$

$$P_i \cdot P_f = (-1)^{J+1} \text{ для MJ } \gamma\text{-квантов.}$$

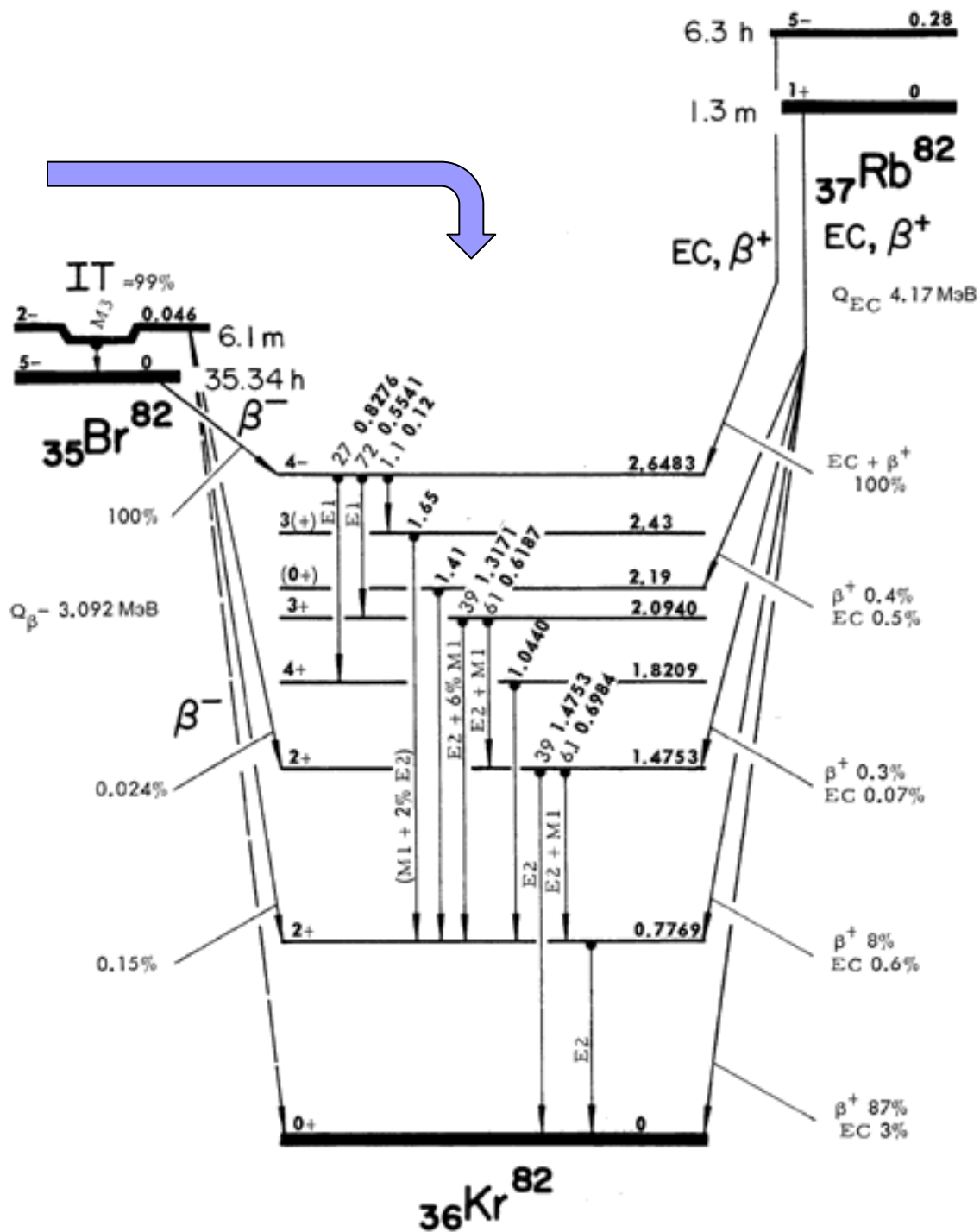
## Возбужденные состояния $^{82}\text{Kr}$

образуются в результате  $\beta^+$ -распада и  $e$ -захвата основного  $J^P = 1^+$  и изомерного  $J^P = 5^-$  ( $E^* = 0.28$  МэВ) состояний изотопа  $^{82}\text{Rb}$

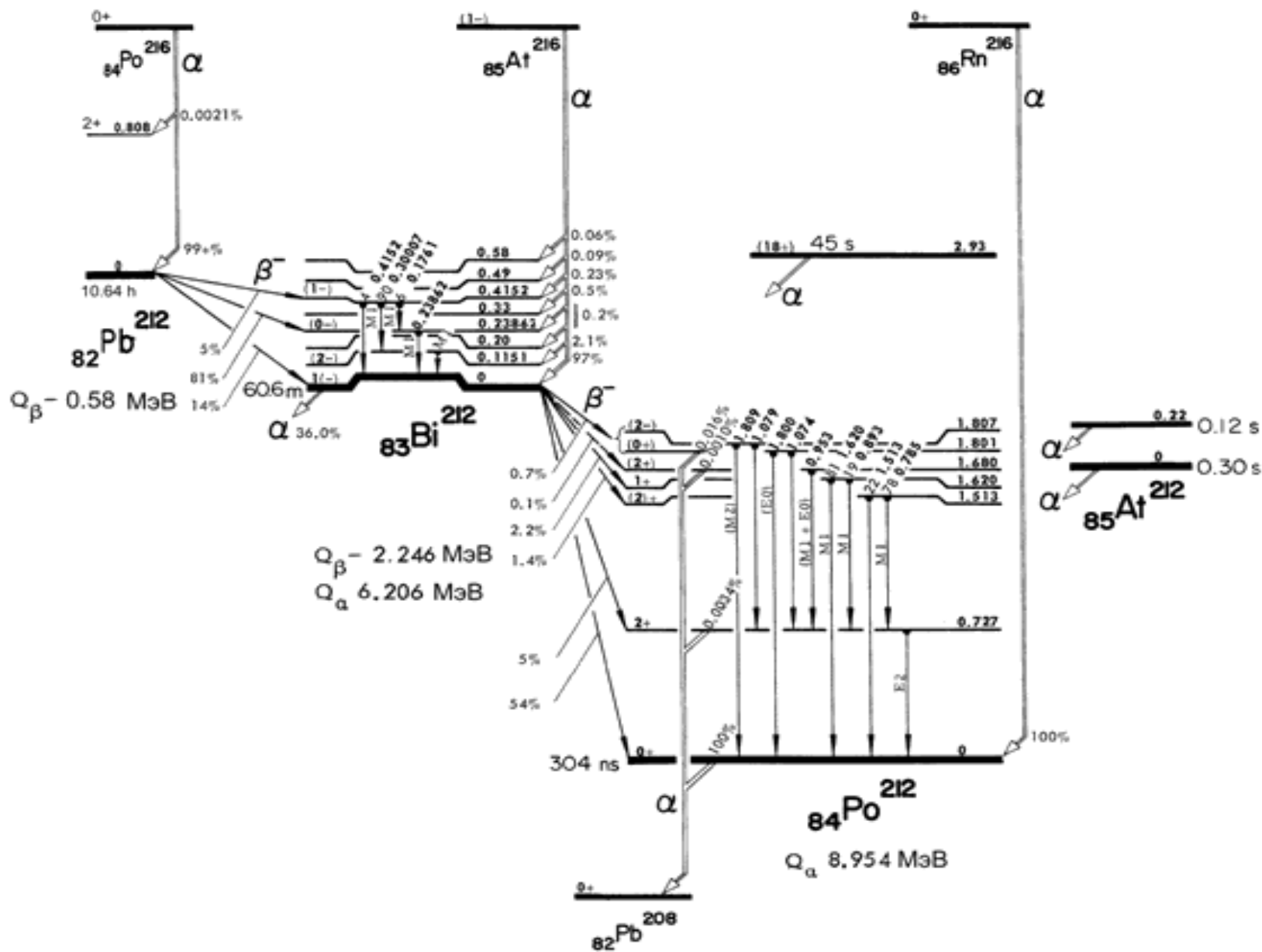
и

$\beta^-$ -распада основного  $J^P = 5^-$  и изомерного  $J^P = 2^-$  ( $E^* = 0.046$  МэВ) состояний изотопа  $^{82}\text{Br}$ .

В изотопе  $^{82}\text{Kr}$  возбуждаются состояния вплоть до энергии 2.6 МэВ, которые затем распадаются в основное состояние преимущественно в результате E1, E2 и M1 каскадных переходов.

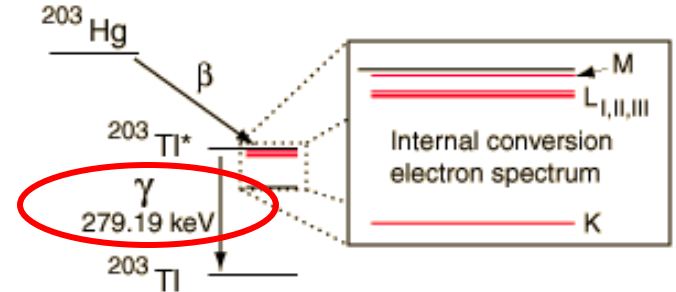
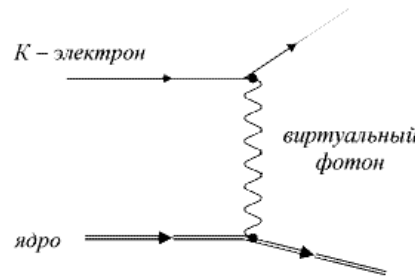
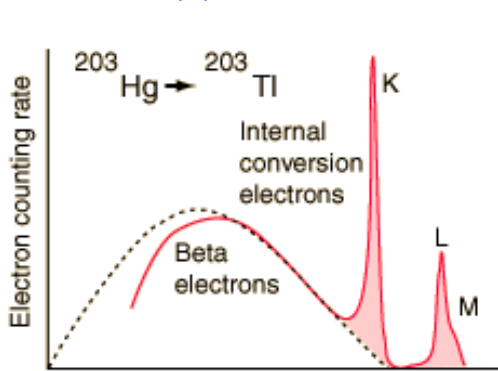


Сложные цепочки  $\alpha$ -,  $\beta$ - и  $\gamma$ -переходов между ядрами-изобарами  $A = 216$  и  $212$ .

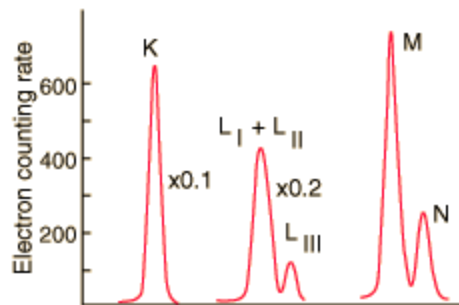


### 3. Внутренняя конверсия

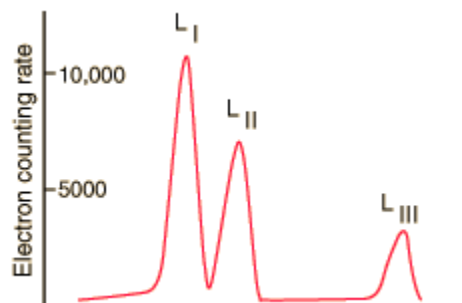
**Внутренняя конверсия:** атомное ядро, находящееся в возбуждённом состоянии с энергией  $E_i$  переходит в состояние с меньшей энергией  $E_f$ , передав энергию  $W_{if} = E_i - E_f$  одному из электронов атомной оболочки, при этом испускается **электрон** с энергией  $E_e = W_{if} - E_{K,L,M}$  и **гамма-кванты** при переходе электронов на более низкие оболочки атома



Электронная эмиссия из ядра  $^{203}\text{Hg}$  при распаде в  $^{203}\text{Tl}$   
*A. H. Wapstra, et al., Physica 20, 169 (1954).*



При более высоком энергетическом разрешении можно различить конверсию электронов из L, M и N оболочек  
*Z. Sujkowski, Ark. Fys. 20, 243 (1961).*



При ещё более высоком разрешении можно разрешить три L подоболочки.  
*C. J. Herrlander and R. L. Graham, Nucl. Phys. 58, 544 (1964).*

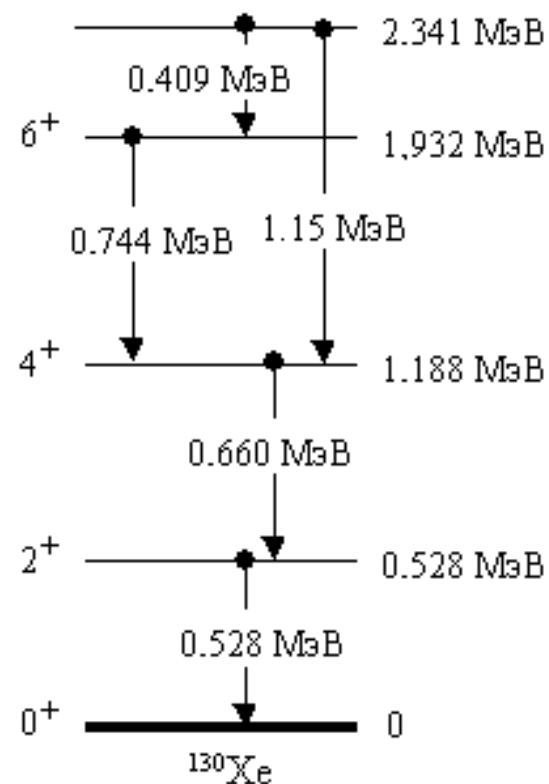
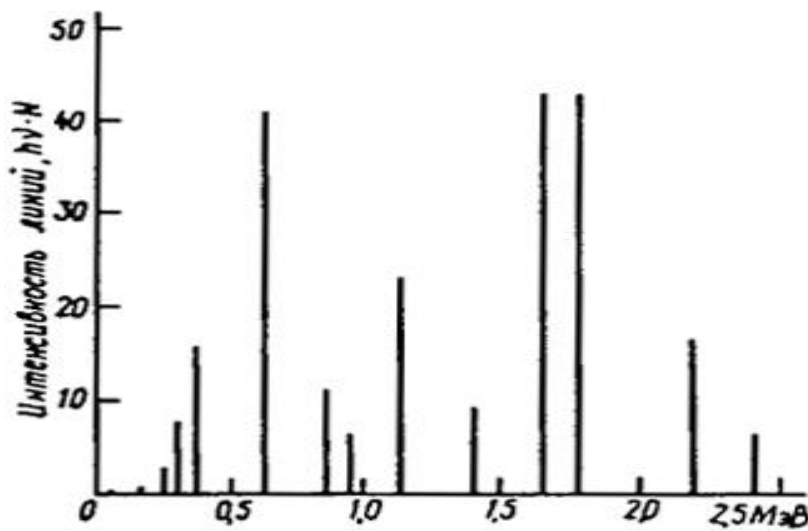
## 4. Гамма-спектроскопия

**Гамма-спектроскопия** – раздел физики атомного ядра, посвященный исследованию энергетических спектров гамма-излучения (зависимостей числа  $\gamma$ -квантов от их энергии), испускаемого атомными ядрами в распадах и реакциях.

В более широком смысле **гамма-спектроскопия** включает в себя исследование всех характеристик  $\gamma$ -излучения, испускаемого не только ядрами, но и атомами и элементарными частицами

К таким характеристикам испускаемых  $\gamma$ -квантов, помимо их энергии, относятся времена (или вероятности) их испускания, их моменты количества движения (мультипольности), тип (электрический или магнитный), поляризация (преимущественная направленность спина  $\gamma$ -кванта), зависимость вероятности испускания от угла вылета  $\gamma$ -кванта и др.

Энергетический спектр  $\gamma$ -излучения продуктов распада  $^{226}\text{Ra}$

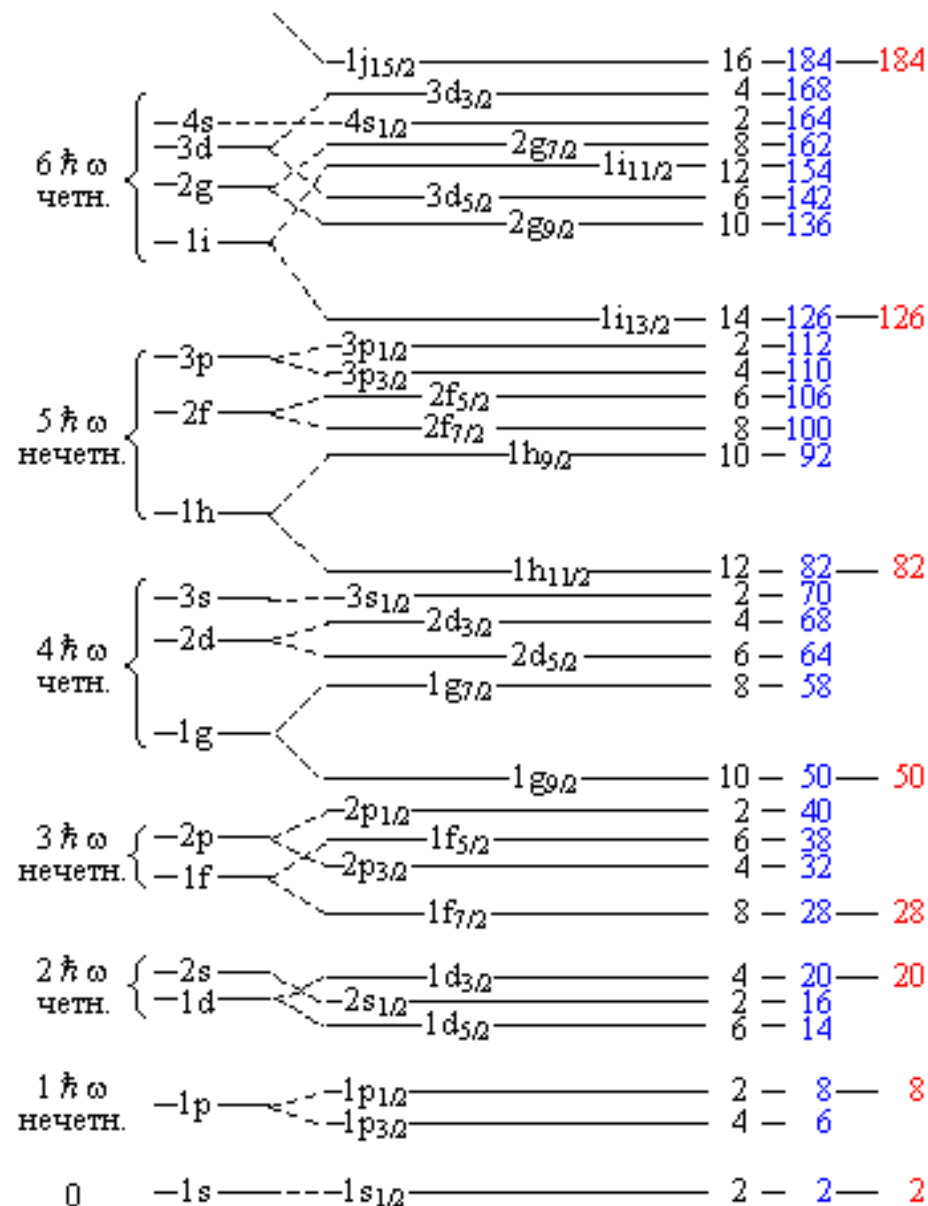


## Изучение спектров $\gamma$ -квантов

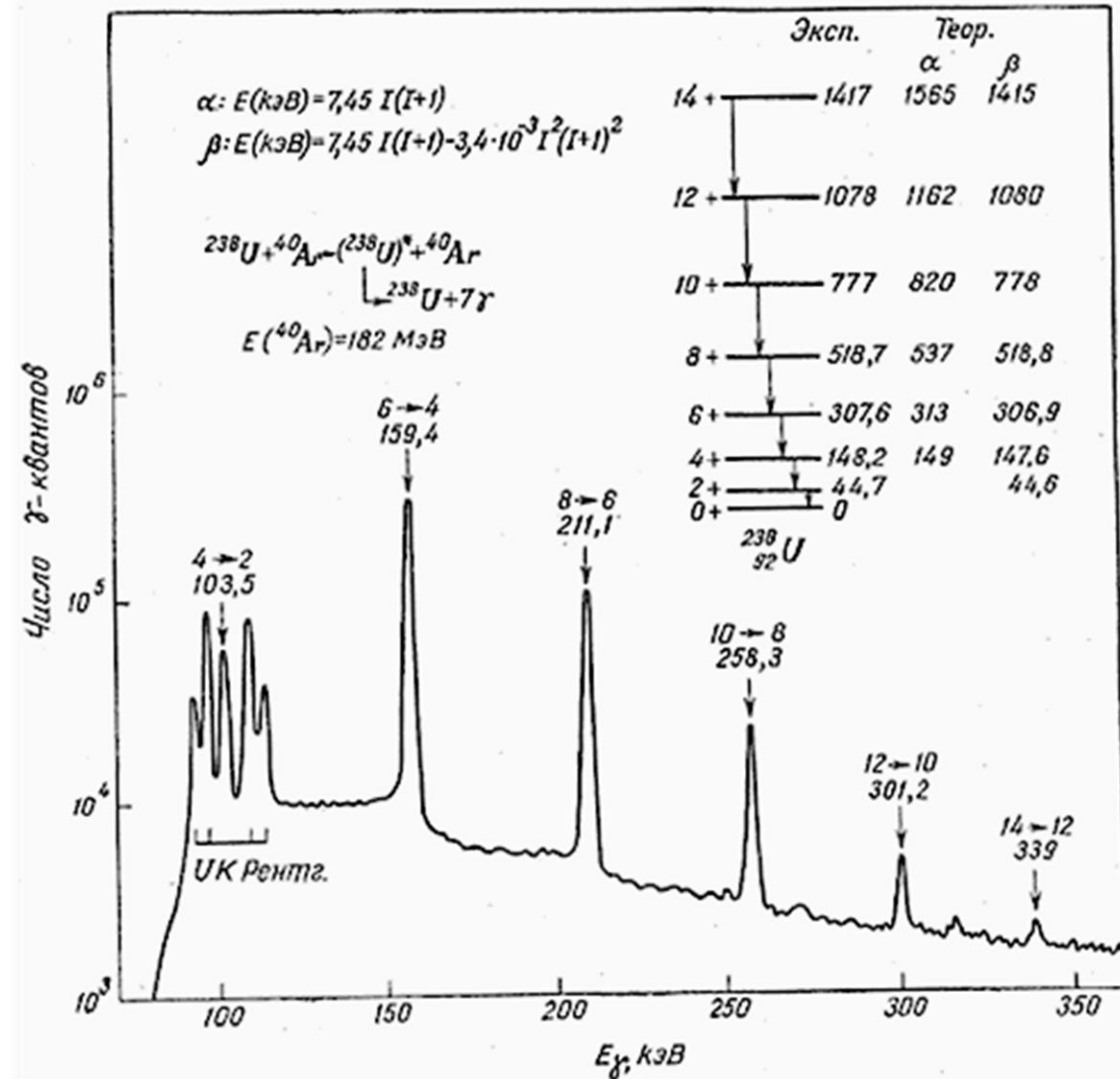
даёт богатую информацию о свойствах атомных ядер, позволяет исследовать изменение характеристик атомных ядер с изменением числа нейтронов и протонов в ядре, исследовать возбуждение коллективных движений ядерной материи, установить связь одночастичных движений с коллективными степенями свободы в ядре.

В частности, исследование вращательных спектров привело к созданию модели сфероидальных атомных ядер.

Однако, атомные ядра в основном состоянии могут иметь форму и отличную от сферически симметричной.



## Кулоновское возбуждение вращательных состояний атомных ядер



Несферические ядра, обладающие осевой симметрией, имеют вращательную степень свободы, которой соответствует система вращательных уровней.

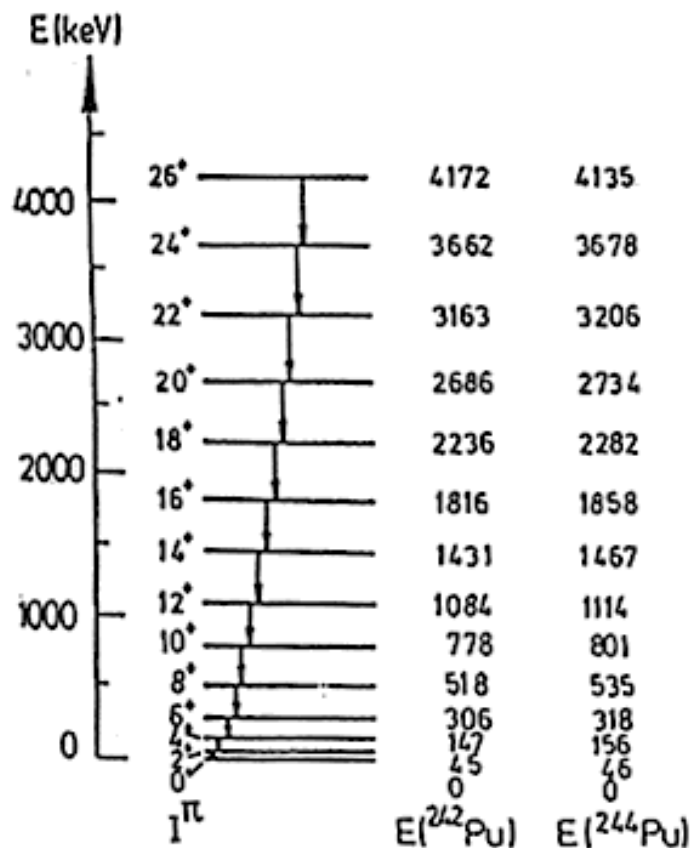
Поскольку в тяжелых ядрах масса и размер ядра велики, даже при небольших деформациях вращательный уровень обычно является наиболее низколежащим.

Энергии вращательных уровней  $E_{вр}$  аппроксимируются соотношением

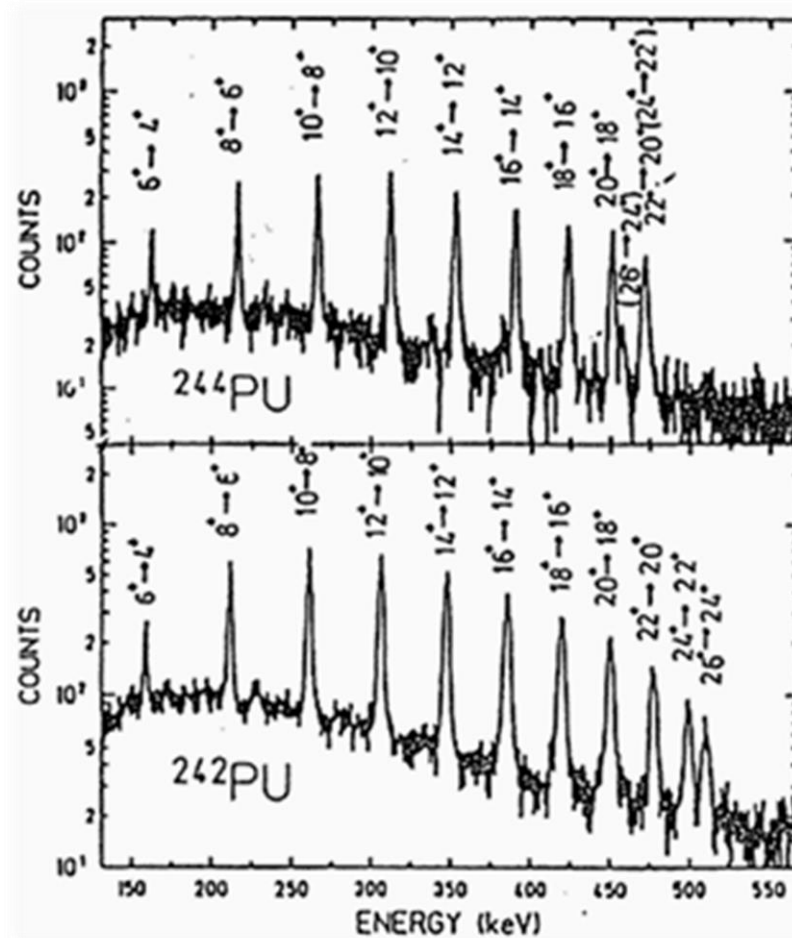
$$E_{вр} = \alpha J(J-1) + \beta J^2(J+1)^2.$$

## Вращательные спектры бесспиновых ядер

$$E_J = \hbar^2 J(J+1)/2I.$$



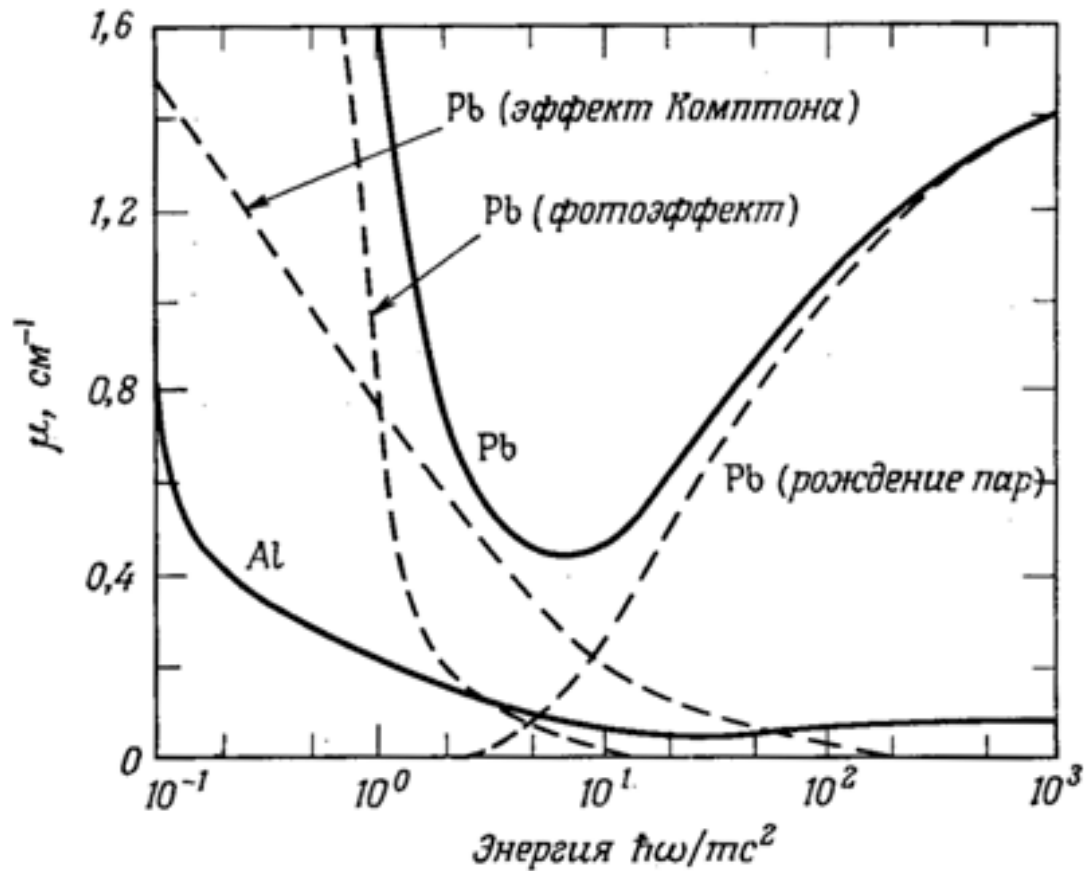
Энергии вращательных состояний изотопов  $^{242,244}\text{Pu}$



Энергии  $\gamma$ -квантов, образующихся в результате каскадных переходов между вращательными состояниями изотопов  $^{242,244}\text{Pu}$ .

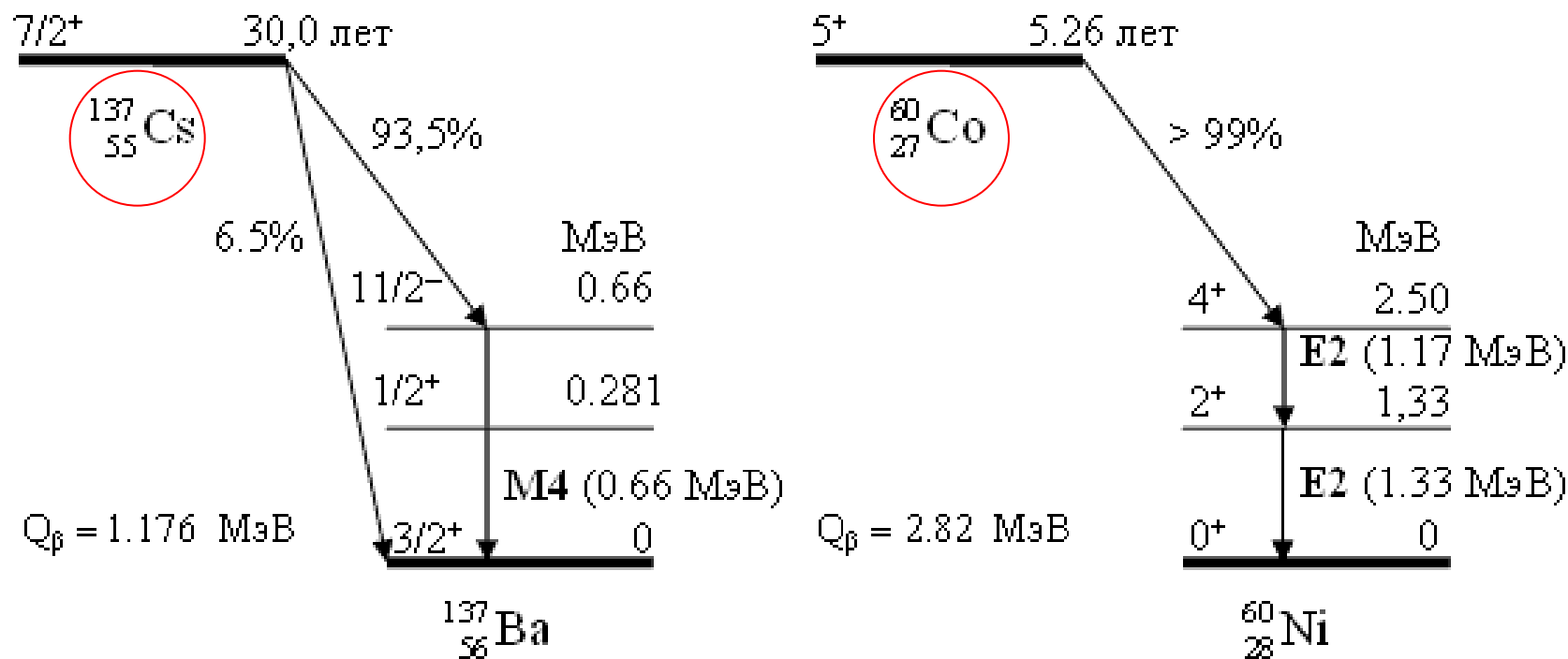
## 5. Гамма-спектрометры

**Гамма-спектрометр** – прибор для определения энергии  $\gamma$ -квантов. Регистрация  $\gamma$ -кванта в гамма-спектрометр как правило основана на трех основных процессах взаимодействия  $\gamma$ -кванта с веществом: фотоэффекте, Комптон-эффекте и рождении электрон-позитрон. пары



Зависимость полного коэффициента поглощения гамма-излучения в свинце и алюминии от энергии (сплошные линии).

## Радиоактивные источники $\gamma$ -излучения $^{137}\text{Cs}$ , $^{60}\text{Co}$ .



Для калибровки детекторов ядерного излучения часто используются стандартные источники  $\gamma$ -излучения с определённой энергией  $\gamma$ -квантов –  $^{137}\text{Cs}$  и  $^{60}\text{Co}$ . В этих источниках  $\gamma$ -кванты образуются в результате  $\beta$ -распадов изотопов  $^{137}\text{Cs}$  и  $^{60}\text{Co}$  на возбуждённые состояния изотопов  $^{137}\text{Ba}$  и  $^{60}\text{Ni}$  соответственно.

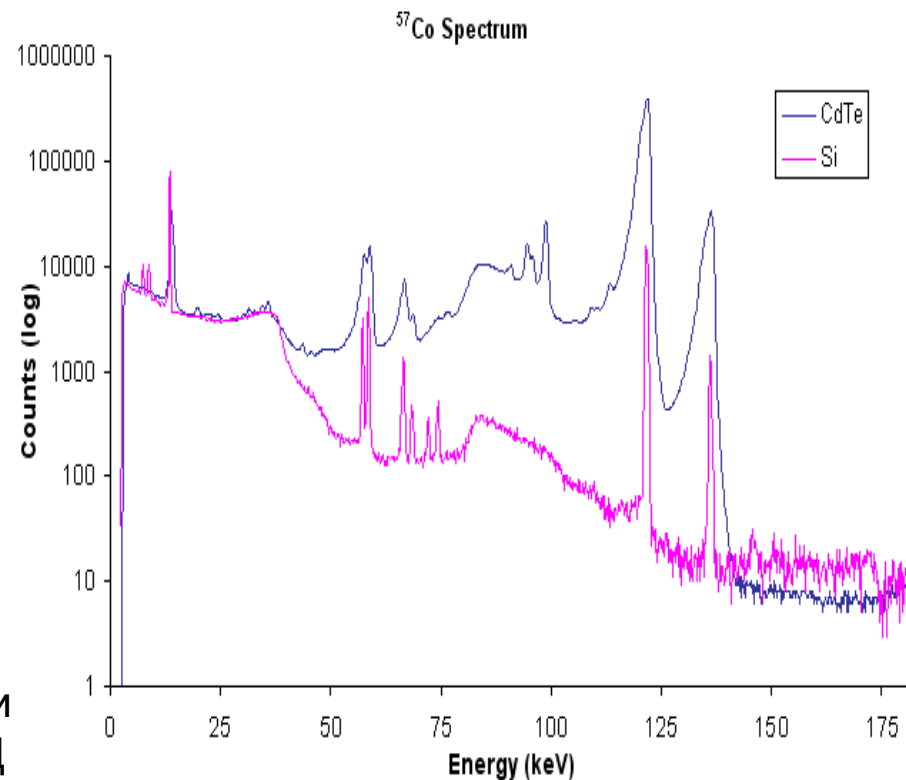
## Основными характеристиками гамма-спектрометра

являются *разрешающая способность* (разрешение) и *эффективность*, обычно выраженные в %.

Разрешающая способность гамма-спектрометр характеризует возможность разделения двух линий  $\gamma$ -излучения, близких по энергии. Количественно она определяется отношением  $\Delta E/E$ , где  $\Delta E$  – ширина линии (в единицах энергии) на половине ее высоты

Среди гамма-спектрометров лидирующее положение, безусловно, занимают *полупроводниковые детекторы* (ППД) - их энергетическое разрешение на гамма-линии 662 кэВ ( $^{137}\text{Cs}$ ) составляет 1.5-2 кэВ, и *сцинтилляционные детекторы*, благодаря своей высокой чувствительности и достаточно хорошим эксплуатационным свойствам.

Основными недостатками этих детекторов являются: низкое энергетическое разрешение сцинтилляционных детекторов (8-10% для гамма-квантов с энергией 1 МэВ) и необходимость охлаждения до температуры жидкого азота при работе с ППД, а для Ge(Li) и при хранении, а также высокая стоимость ППД больших размеров.



## HPGe – гамма-спектрометр на сжатом ксеноне

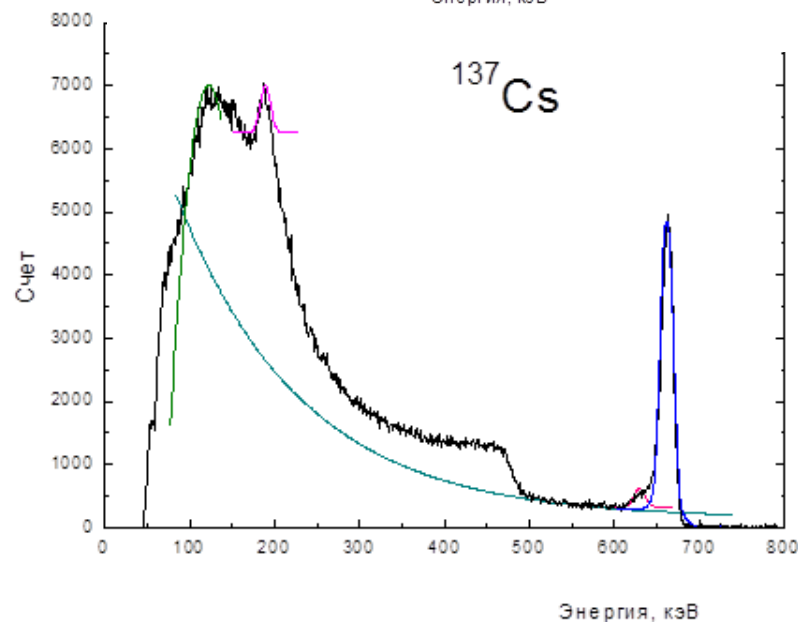
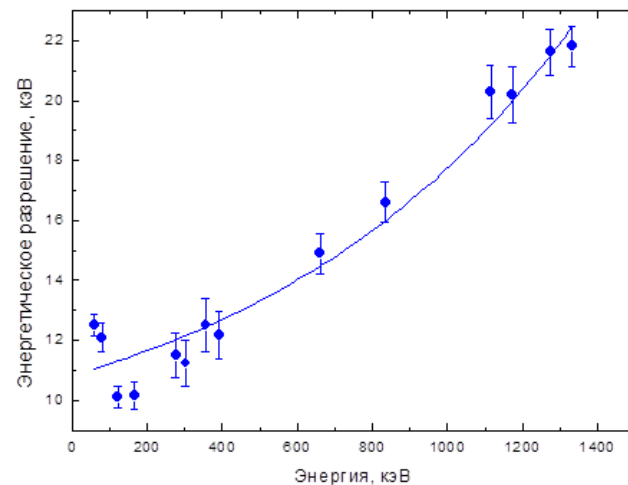
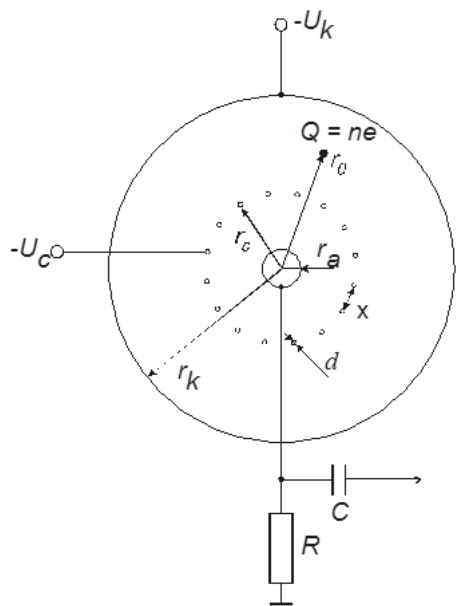
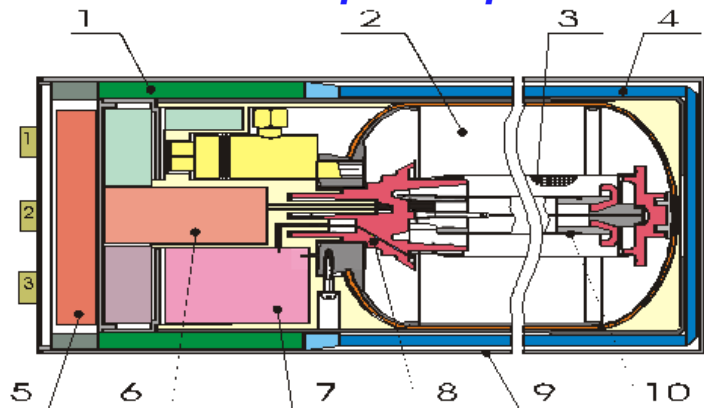


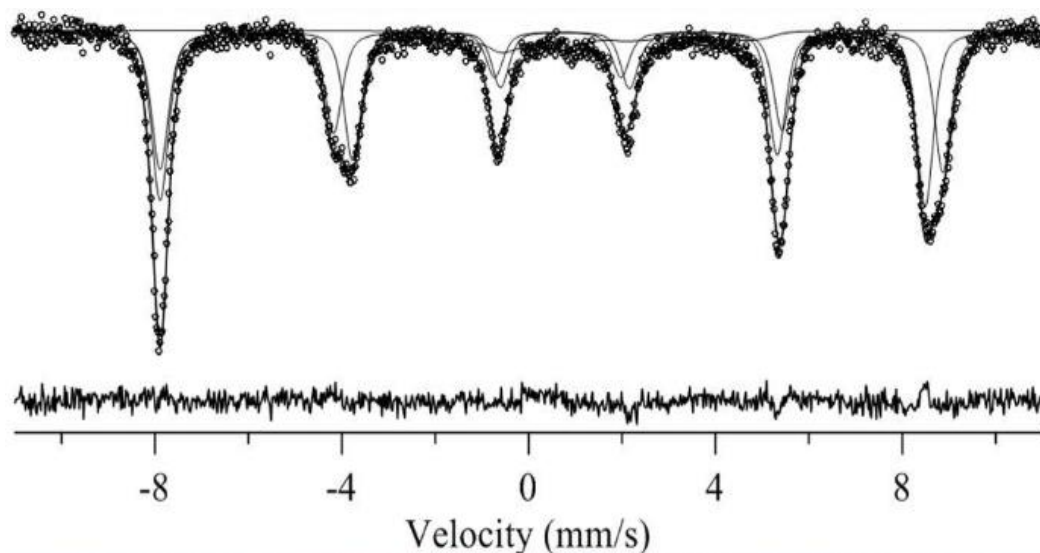
Схема *импульсной цилиндрической ионизационной камеры* с экранирующей сеткой на сжатом ксеноне

Синим цветом показан пик фотоэффекта, красным – пик характеристического излучения, розовым – пик обратного рассеяния, зеленым – экспоненциальный фон

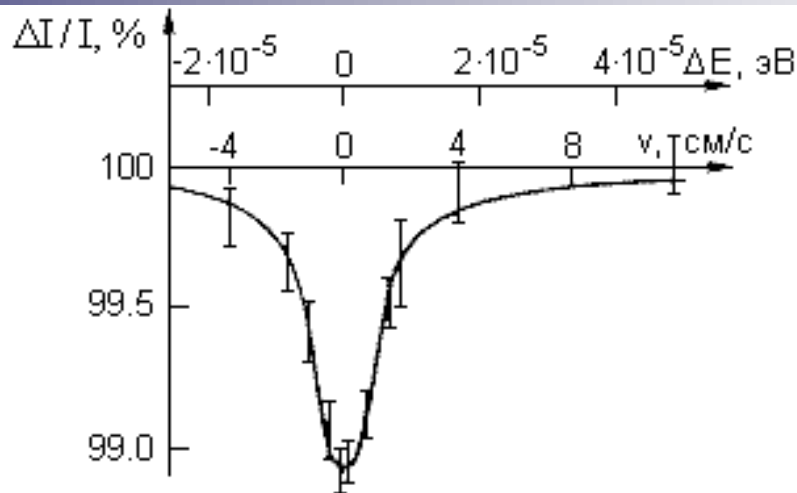
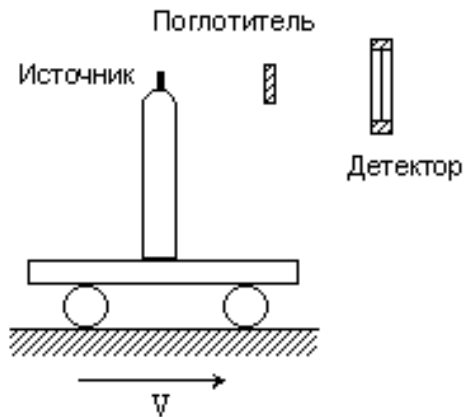
## 6. Эффект Мёссбауэра

Естественная ширина  $\Gamma$  ядерных уровней мала по сравнению с энергией отдачи ядра. Например, естественная ширина  $\Gamma$  первого возбуждённого уровня ядра  $^{57}\text{Fe}$ , при энергии возбуждения  $E = 14.4$  кэВ, равна  $\hbar/\tau = 4.6 \cdot 10^{-9}$  эВ (среднее время жизни  $\tau = 98$  нс), тогда как при испускании и при поглощении  $\gamma$ -квантов это ядро приобретает энергию отдачи  $T_R \simeq E^2/2Mc^2 \simeq 0.02$  эВ (где  $M$  – масса атома  $^{57}\text{Fe}$ ).

В кристаллической решётке, ситуация качественно изменяется: импульс отдачи получает *не отдельное ядро, а весь кристалл, в котором находится ядро*, испускающее  $\gamma$ -квант. Чтобы наблюдать резонансное поглощение мишенью из  $^{57}\text{Fe}$   $\gamma$ -квантов, испускаемых источником из  $^{57}\text{Fe}$ , можно просто перемещать источник со скоростью, составляющей десятые доли сантиметра в секунду. С помощью метода резонансной флюоресценции можно измерять энергию с относительной точностью  $\Delta E/E \sim 10^{-15} - 10^{-17}$ .



По смещению линий мессбауэровских спектров резонансного поглощения определяют *молекулярную структуру химических соединений*, изучают сверхтонкую структуру спектров, обусловленную электрическим квадрупольным и магнитным дипольным моментами ядер.



Рудольф Людвиг Мёссбауэр  
(1929-2011), Н.п. 1961

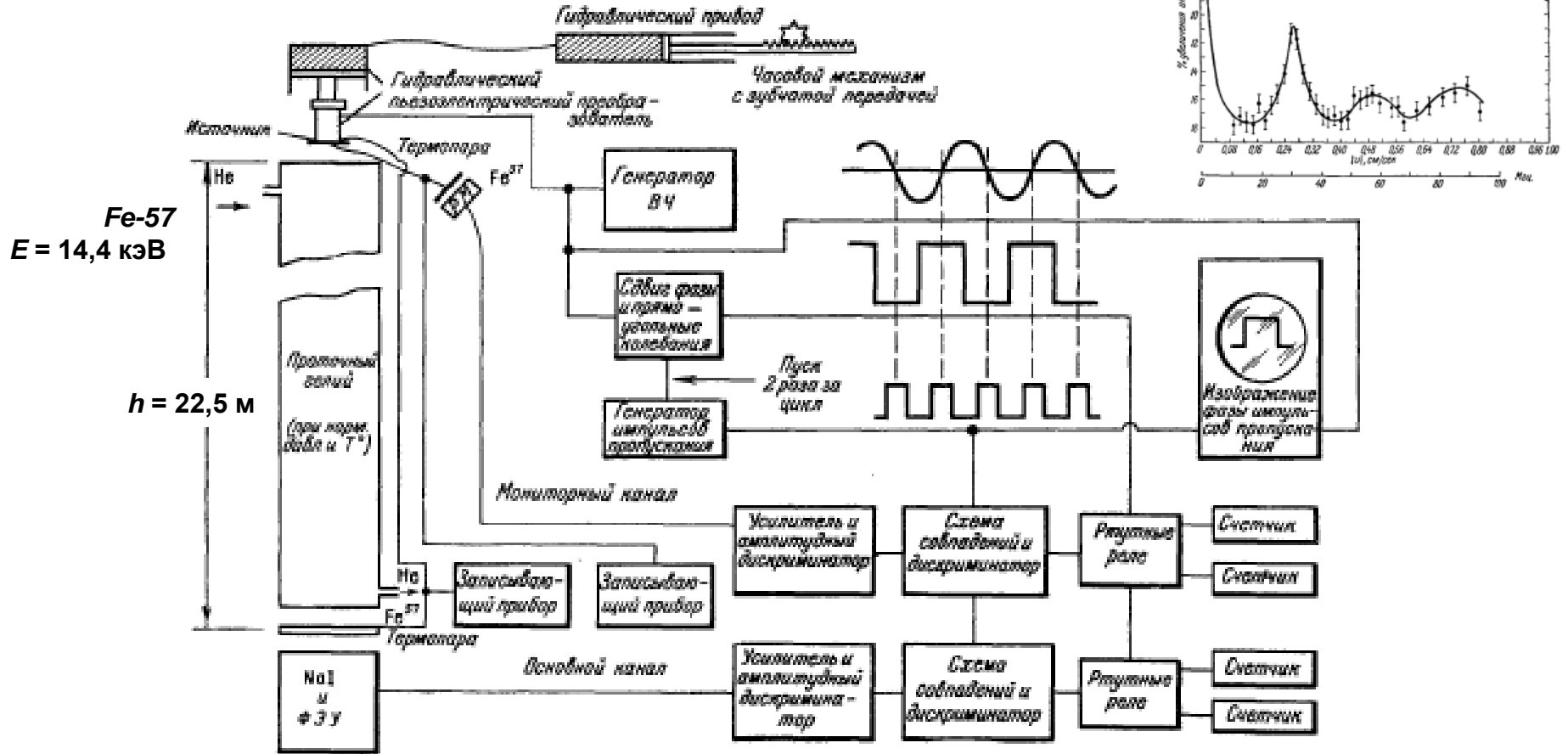
В 2000 в журнале *Hyperfine Interactions* Мёссбауэр дал наглядную интерпретацию эффекта:

«Ситуация ... напоминает человека, прицельно бросающего камень из лодки. Большую часть энергии согласно закону сохранения импульса получает лёгкий камень, но небольшая часть энергии броска переходит в кинетическую энергию получающей отдачу лодки. Летом лодка просто приобретёт некоторое количество движения, соответствующее отдаче, и отплывёт в направлении, противоположном направлению броска. Однако зимой, когда озеро замерзнет, лодку будет удерживать лёд, и практически вся энергия броска будет передана камню, лодке (вместе с замерзшим озером и его берегами) достанется ничтожная доля энергии броска. Таким образом, отдача будет передаваться не одной только лодке, а целому озеру, и бросок будет производиться «без отдачи»».

В 1961 году за открытие и теоретическое обоснование явления ядерного гамма-резонанса Р. Л. Мёссбауэр был присуждён Нобелевская премия по физике (совместно с Р. Хофштадтером, получившим премию за исследования рассеяния электронов на ядрах).

Одним из впечатляющих применений эффекта Мёссбауэра стал эксперимент Паунда и Ребки, которые в 1960 г. измерили в лабораторных условиях **гравитационное красное смещение** спектра гамма-квантов, предсказываемое общей теорией относительности.

# Эксперимент Р.Паунда и Г.Ребки

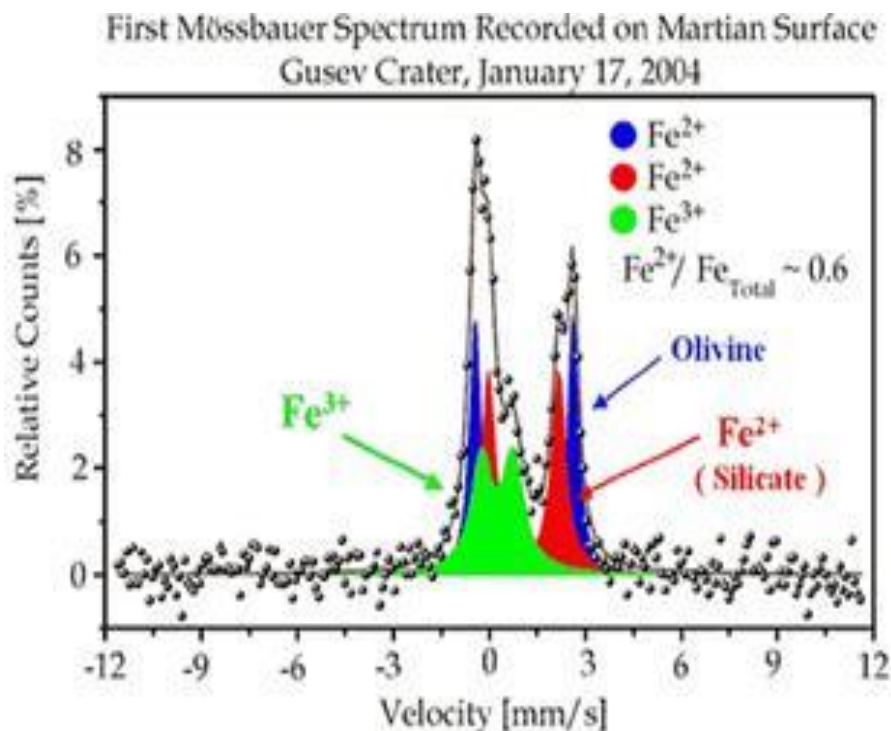


Блок-схема установки для измерения гравитационного красного смещения, собранной в Банне Гарвардского университета. РМ—сцинтилляционный детектор (перед РМ—поглотитель,  $\text{Fe}^{57}$ ).

$$\frac{\delta\nu}{\nu} = -(2,57 \pm 0,26) \times 10^{-15}$$

В пределах ошибки гравитационное красное смещение частоты кванта совпало с предсказанием ОТО

Мессбауэровский спектр *грунта Марса*, измеренный на *Mars Exploration Rover Spirit* в кратере Гусева, демонстрирует наличие трёх различных железосодержащих пород. Один из них, оливин – ярко-зеленый минерал часто встречающийся в лавах на Земле. Сохранность этого минерала говорит о том, что он не подвергался эрозии и химическому воздействию воды.



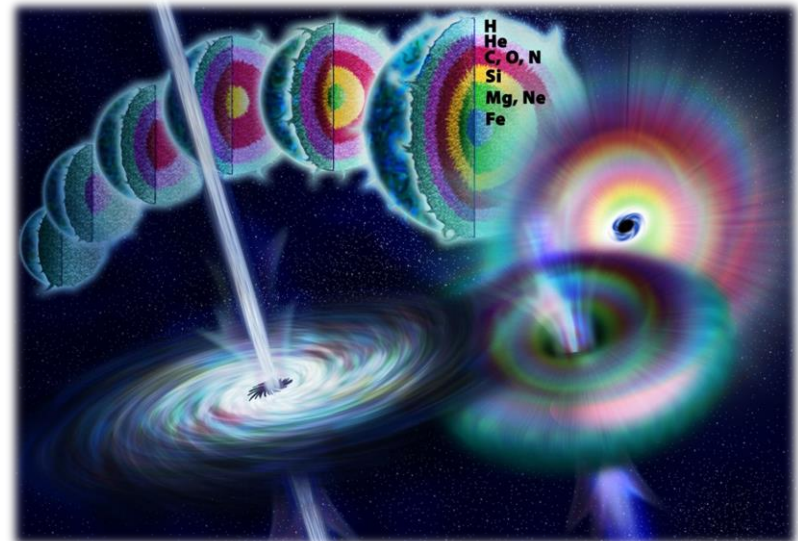
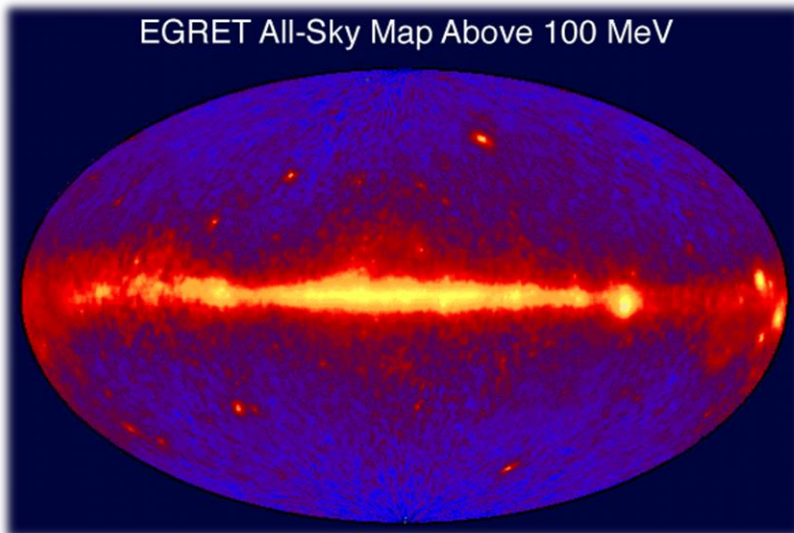
*Science*, 305, 6 August, 2004

Разработанный по инициативе специалистов ИКИ РАН в 1990г для космической миссии Марс-96 Мэссбауэровский спектрометр был установлен на марсоходах *Spirit* и *Opportunity* американской миссии *Mars Exploration Rover*. Эксперимент был успешно осуществлен в 2003 – 2004гг. Впервые в космических исследованиях получены мессбауэровские спектры состава грунта одной из планет Солнечной системы. По этим спектрам определён *состав соединений железа* на поверхности Марса.

## 7. Использование ядерных гамма-излучений в прикладных исследованиях

Ядерные гамма-излучения широко используются в современных прикладных исследованиях, включая

- ядерную медицину
- анализ состава вещества
- системы безопасности и контроля за нераспространением ядерных материалов
- геологоразведку
- исследования Вселенной

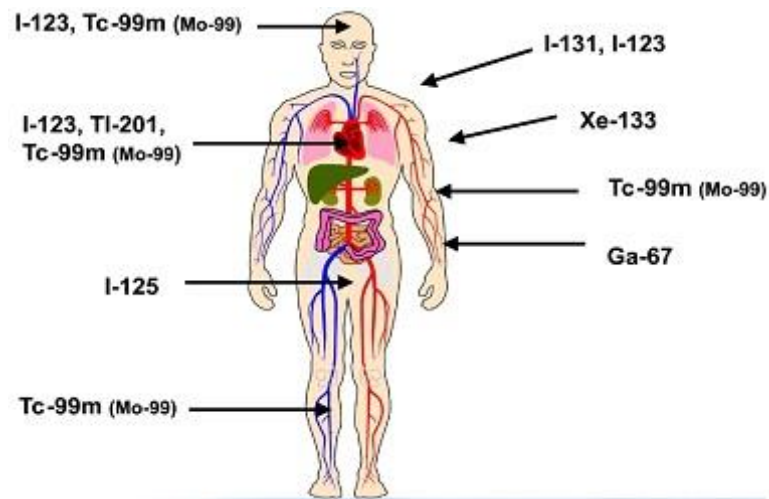


## Радиоизотопная диагностика в ядерной медицине

Использования радионуклидов для диагностики *in vivo*

### Что такое ядерная медицина?

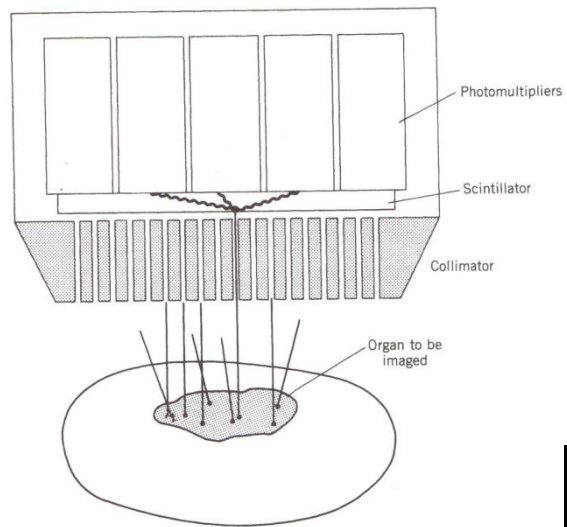
- Ядерная медицина - это медицина, которая использует радиоактивные изотопы для постановки диагноза и лечения болезней (терапия).
- Ядерная медицина позволяет получать данные о функционировании органа и его структуре на молекулярном уровне.
- Ядерная медицина использует относительно небольшие количества открытых радиоактивных материалов (радиофармпрепаратов) для диагностирования и лечения болезней.
- Радиофармпрепараты - это вещества, которые локализуются в отдельных органах, костях или тканях.



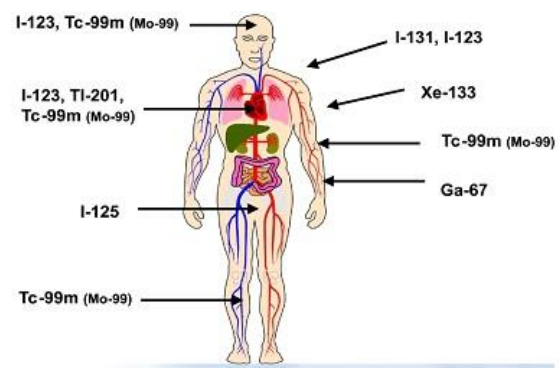
### Основные методы получения изображений в ядерной медицине:

- Проекционная рентгеновская визуализация органов и тканей
- Рентгеновская компьютерная томография (КТ)
- Радионуклидная планарная сцинтиграфия
- Однофотонная эмиссионная компьютерная томография (ОФЭКТ)
- Позитронная эмиссионная томография (ПЭТ)
- Ядерная магнито-резонансная томография (ЯМРТ)
- Комбинированная компьютерная томография (Fusion): КТ / ПЭТ; КТ/ЯМРТ; КТ/ОФЭКТ

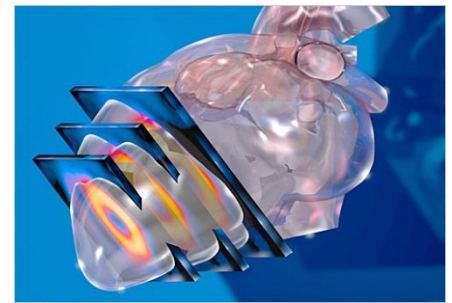
# Однофотонная эмиссионная компьютерная томография (ОФЭКТ)



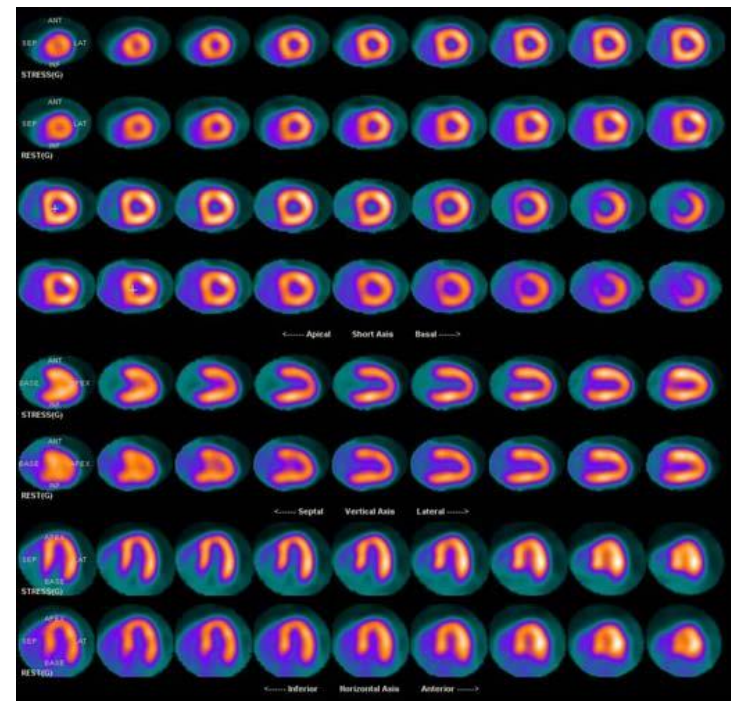
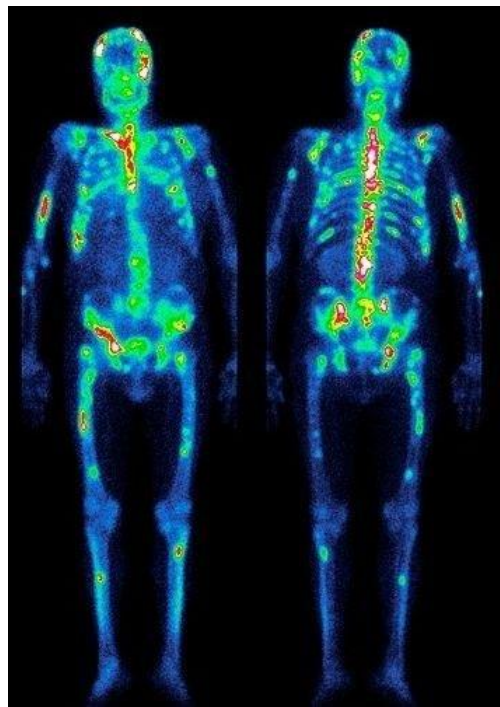
Гамма-камера



Онкология



Кардиология



# Позитронная эмиссионная томография (ПЭТ)

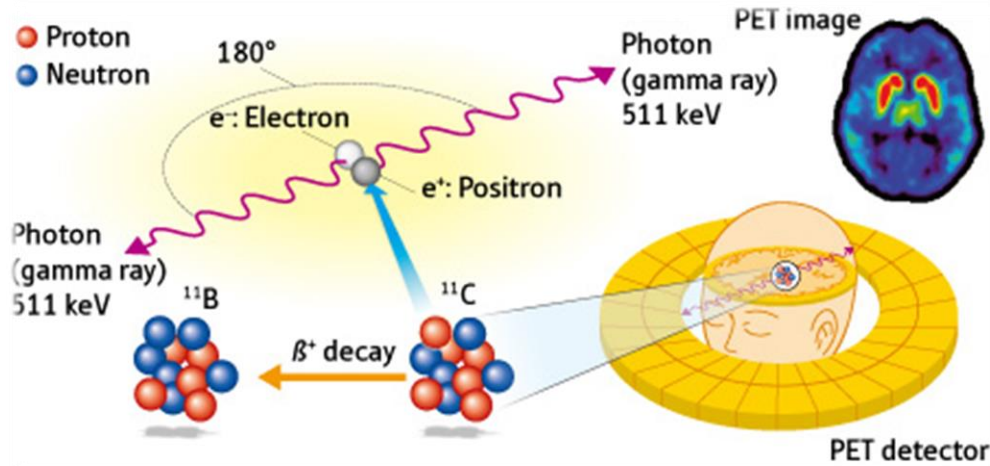
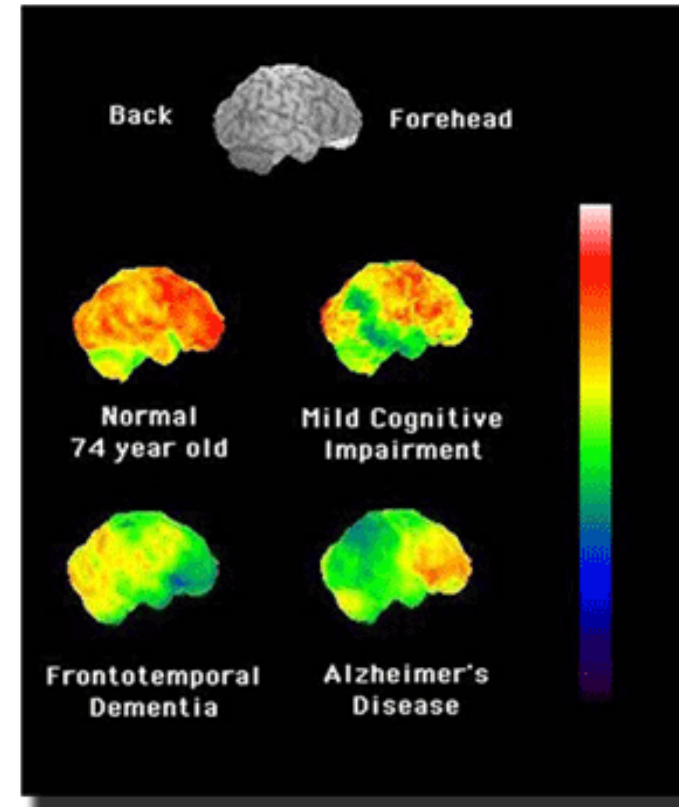
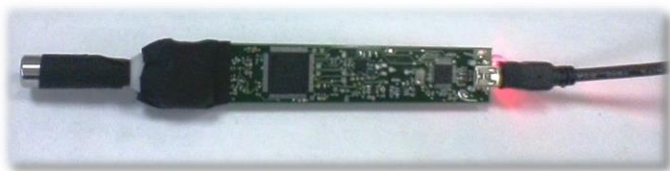


Table 2. Radio-isotopes used in PET

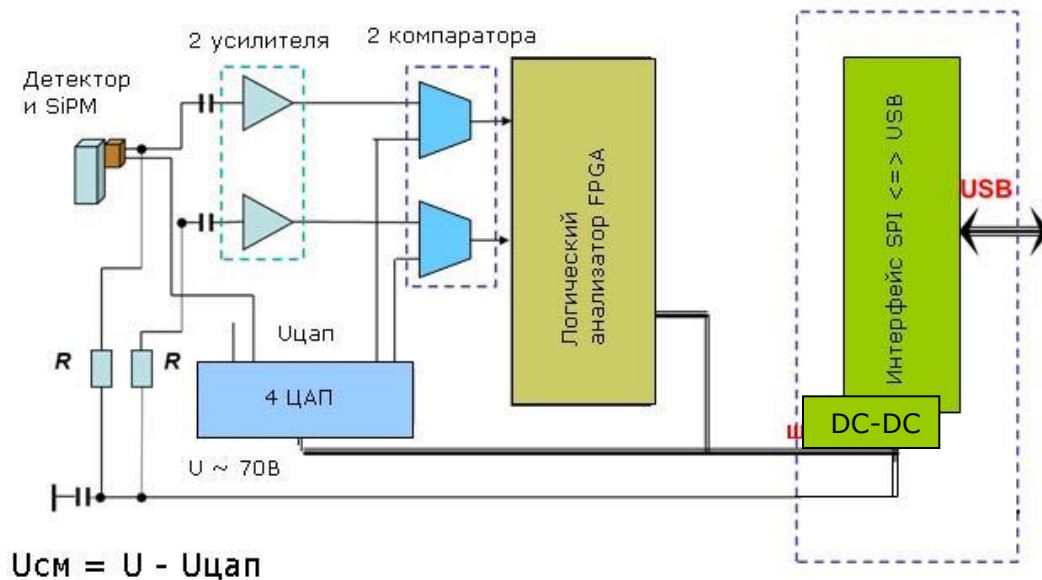
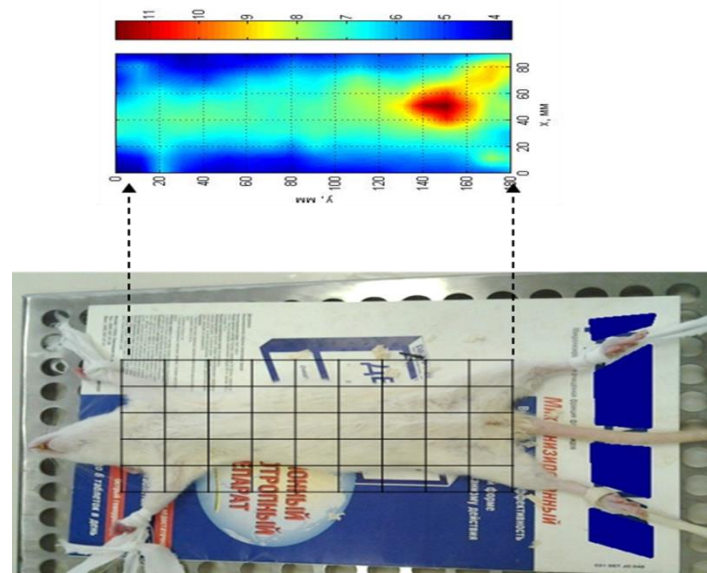
Isotope	Half life	Decay	Proton energy range [MeV]	Utilization
$^{11}\text{C}$	20.4 min	$\beta^+$	6-25	Indicator of cellular activity
$^{15}\text{O}$	2.1 min	$\beta^+$	5-21	Indicator of tumour necrosis
$^{18}\text{F}$	109 min	$\beta^+$	3-20	Metabolism of the glucose
$^{81}\text{Rb}$	4.6 hours	$\beta^+$	>20	Myocardium and brain



## Гамма-локатор, разработанный в МИФИ



Через разъем USB локатор подключается к компьютеру. Специальное программное обеспечение позволяет осуществить индикацию результата, регулировку напряжения и порогов дискриминации.



## Активационный анализ состава вещества

**АКТИВАЦИОННЫЙ АНАЛИЗ** - метод определения состава вещества, основанный на активации атомных ядер и исследовании радиоактивного излучения, возникающего вследствие изменения нуклонного состава или энергетического состояния ядер.

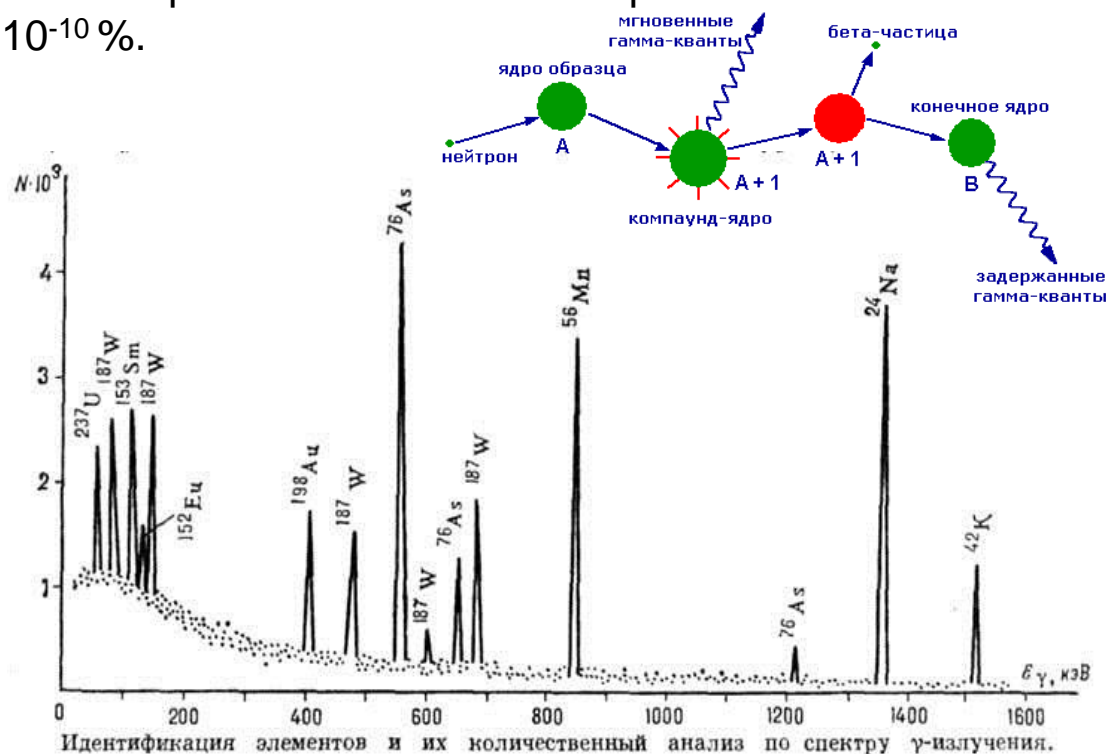
Впервые предложен Д. Хевеши (G. Hevesy) и Г. Леви (Levi) в 1936 году.

Для активации вещества чаще всего используются нейтроны (нейтронно-активационный анализ) или гамма-кванты (гамма-активационный анализ) и анализируется гамма-спектр.

Предел обнаружения большинства элементов при использовании нейтронных потоков от реактора ( $\sim 10^{13} \text{ см}^{-2}\text{с}^{-1}$ ) составляет  $10^{-5}$ - $10^{-10} \%$ .

Для гамма-активационного анализа используется **тормозное излучение** высокой интенсивности ( $10^{14}$ - $10^{15}$  квант/с), получаемое на электронных ускорителях.

**Фотоядерные реакции** позволяют активировать практически все элементы периодической системы элементов с пределом обнаружения  $10^{-4}$ - $10^{-7} \%$ .



# Портальные мониторы ядерно-активных материалов (гамма-спектрометрия)

TSA/LAURUS Systems



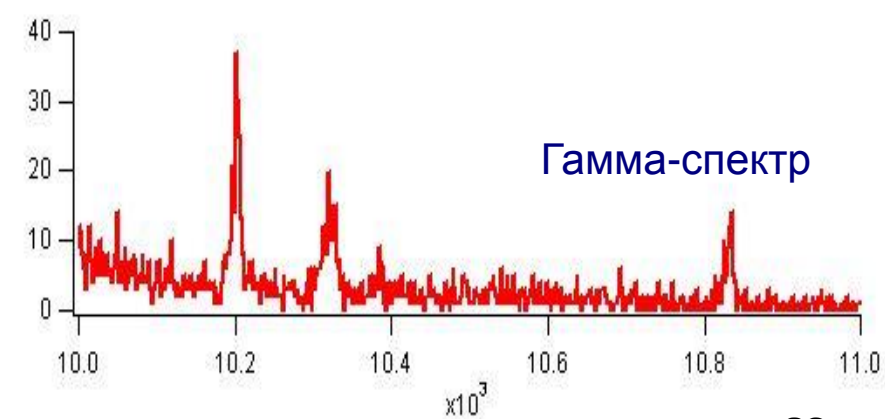
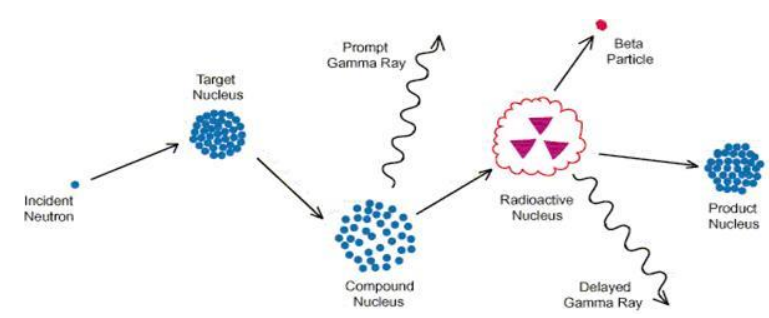
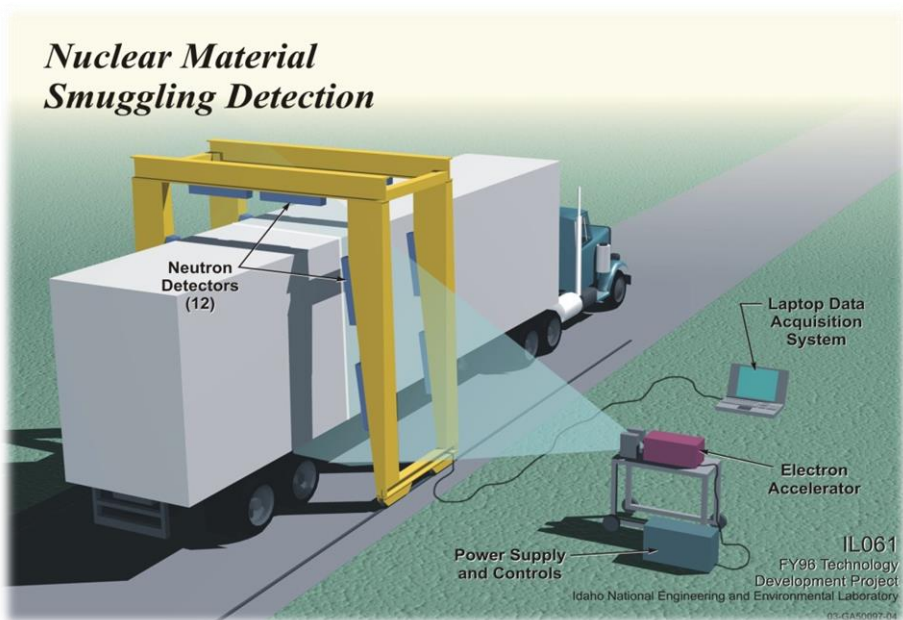
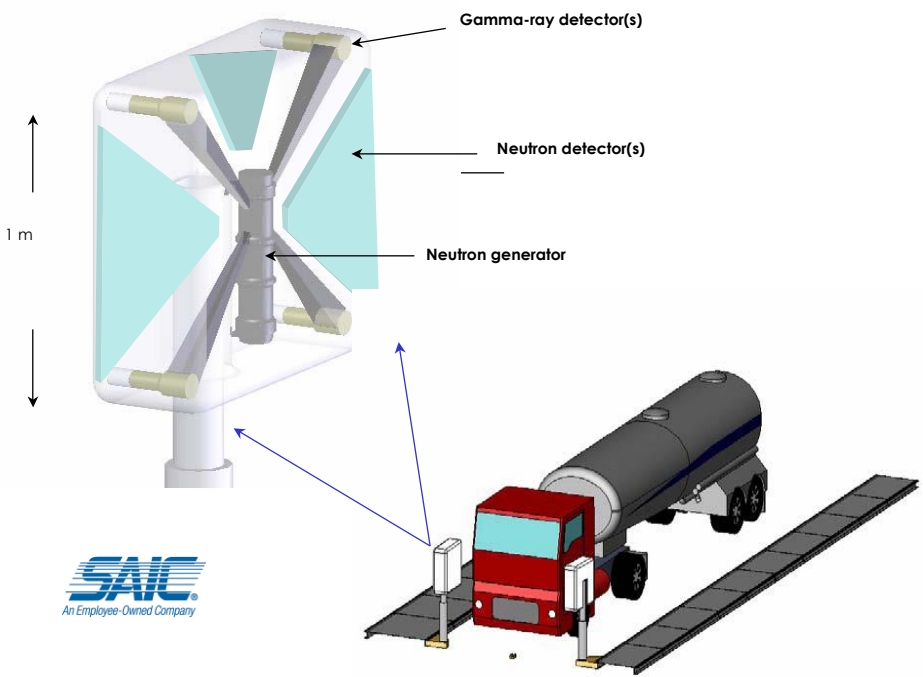
LUNDLUM



Canberra



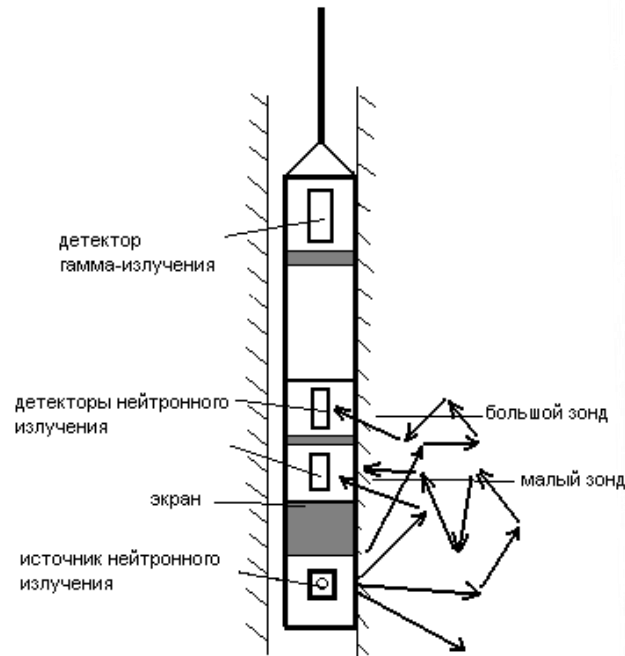
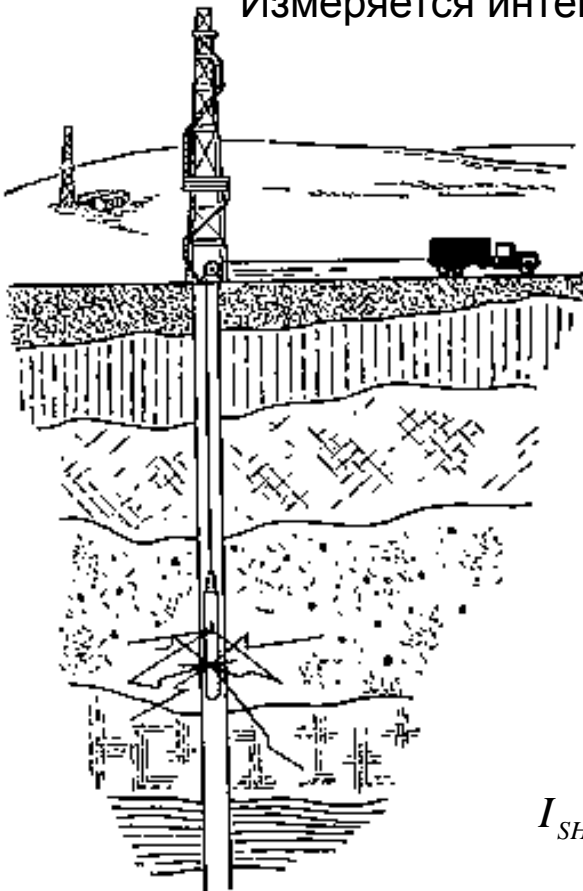
# Active Interrogation Systems для идентификации химических взрывчатых веществ и ядерно-активных материалов с помощью нейтронно-активационного анализа



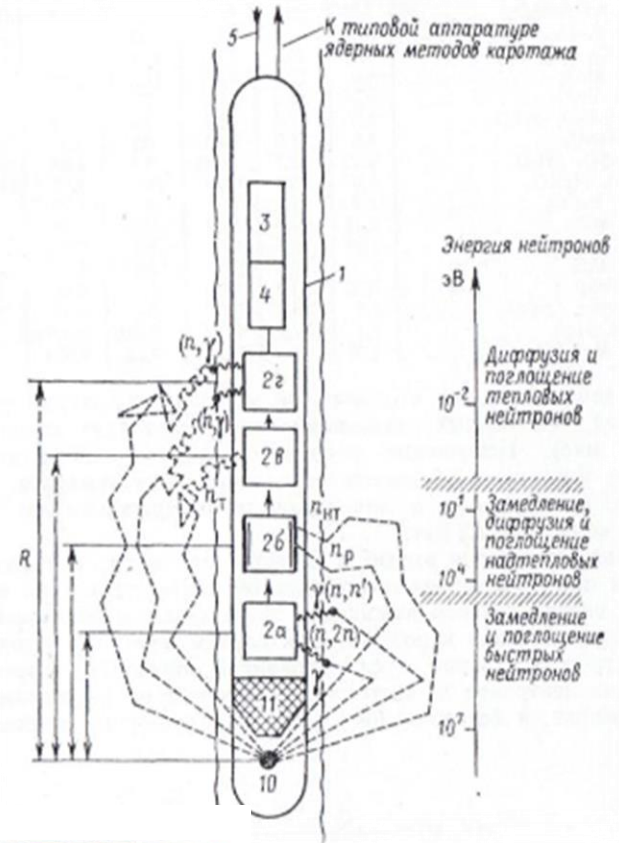
Нейтронно-активационный анализ

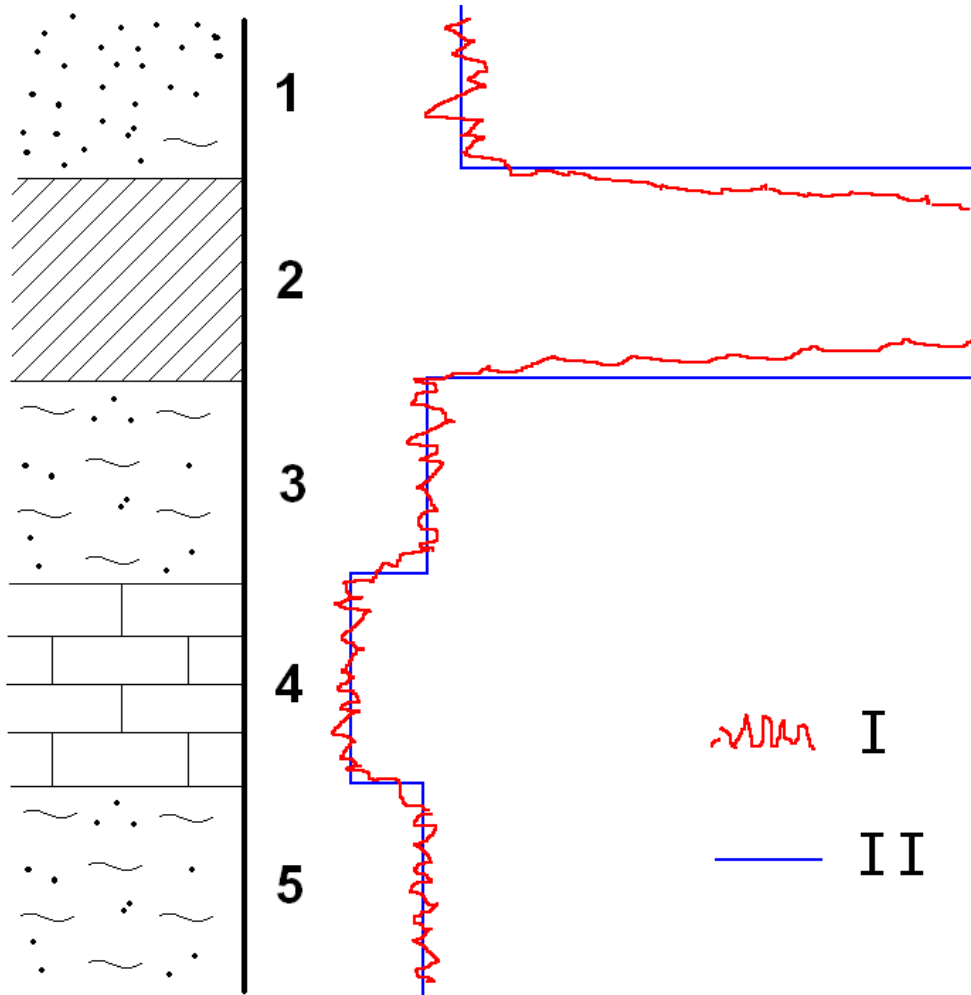
## Гамма-картаж

Один из основных методов разведки нефти и др. ископаемых. Модуль содержит гамма- и нейтронные детекторы, а также источник нейтронов. Измеряется интенсивность и состав излучения окружающих пород



$$I_{SH} = \frac{GR - GR_{MIN}}{GR_{MAX} - GR_{MIN}}$$





**ГГК-П (плотностной гамма-каротаж)** - показания характеризуются в основном по Комптоновскому эффекту, применяют на нефтяных и газовых месторождениях:

I — наблюдаемая кривая,  
 II — теоретическое поле.  
 Породы: 1 — песчаник;  
 2 — уголь;  
 3 и 5 — глины, суглинки;  
 4 — известняк.

Плотный известняк характеризуется низкими значениями, а низкоплотный уголь — аномально высокими

## ***ВМЕСТО ЗАКЛЮЧЕНИЯ:***

*«Чем труднее работа, тем меньше времени  
остается на неприятности»*

*Из письма Э.Резерфорда П.Капице*

*15 мая 1936 г.*

## Источники информации

1. К.Н. Мухин. Экспериментальная ядерная физика. В 3-х тт. СПб.: Издательство «Лань», 2008. Т.1, §18, стр.200-249
2. Б.С. Ишханов. Радиоактивность. 5. Гамма-излучение ядер.  
<http://nuclphys.sinp.msu.ru/radioactivity/ract05.htm>
3. K.S.Krane. Introductory Nuclear Physics. Wiley, 1988. Chapter 9;  
<http://www.fulviofrisone.com/attachments/article/446/Krane%20-%20Introductory%20Nuclear%20Physics.pdf> .
4. Широков Ю.М., Юдин Н.П. Ядерная физика. Изд. 2е. М.: Наука, 1980. Глава VI, §4. <http://review3d.ru/shirokov-yu-m-yudin-n-p-yadernaya-fizika-izd-2e>