



**Национальный исследовательский ядерный
университет «МИФИ»**

Институт ядерной физики и технологий

Лаборатория экспериментальной ядерной физики

<http://enpl.mephi.ru/>

А.И. Болоздыня

Экспериментальная ядерная физика

Лекция №3

Модели ядра

Лекция №3

Модели ядра

- 1. Модели строения ядра**
- 2. Капельная модель**
- 3. Модель Ферми-газа**
- 4. Оболочечная модель**
- 5. Обобщенная модель**
- 6. Оптическая модель**
- 7. Модель Глаубера**
- 8. Гидродинамические модели**
- 9. Понятие о ядерных силах**

1. Модели строения ядра

Свойства атомных ядер невозможно интерпретировать в рамках единого теоретического подхода. Эта трудность связана с тем фактом, что в ядре действуют сильные взаимодействия, для которых до сих пор не существует последовательной теории, способной количественно воспроизвести свойства систем, связанных этими силами. Поэтому свойства ядер оказываются возможным объяснить только в рамках приближенных моделей ядра.

В данной лекции мы рассмотрим некоторые популярные модели строения атомного ядра. Однако основное внимание уделим жидко-капельной и оболочечной моделям.

Капельная модель ядра (Н. Бор - 1936).

Оболочечная модель ядра (М. Гепперт-Маер, И.Х.Д. Йенсен -1950).

Коллективная модель ядра (Дж. Рейнуотер, 1959, О. Бор и Б. Моттельсон - 1952)

Обобщённая модель ядра (О. Бор и Б. Моттельсон - 1952)

Модели парных корреляций (Н. Н. Боголюбов, О. Бор, Б. Моттельсон, Д.Пайнс – 1958)

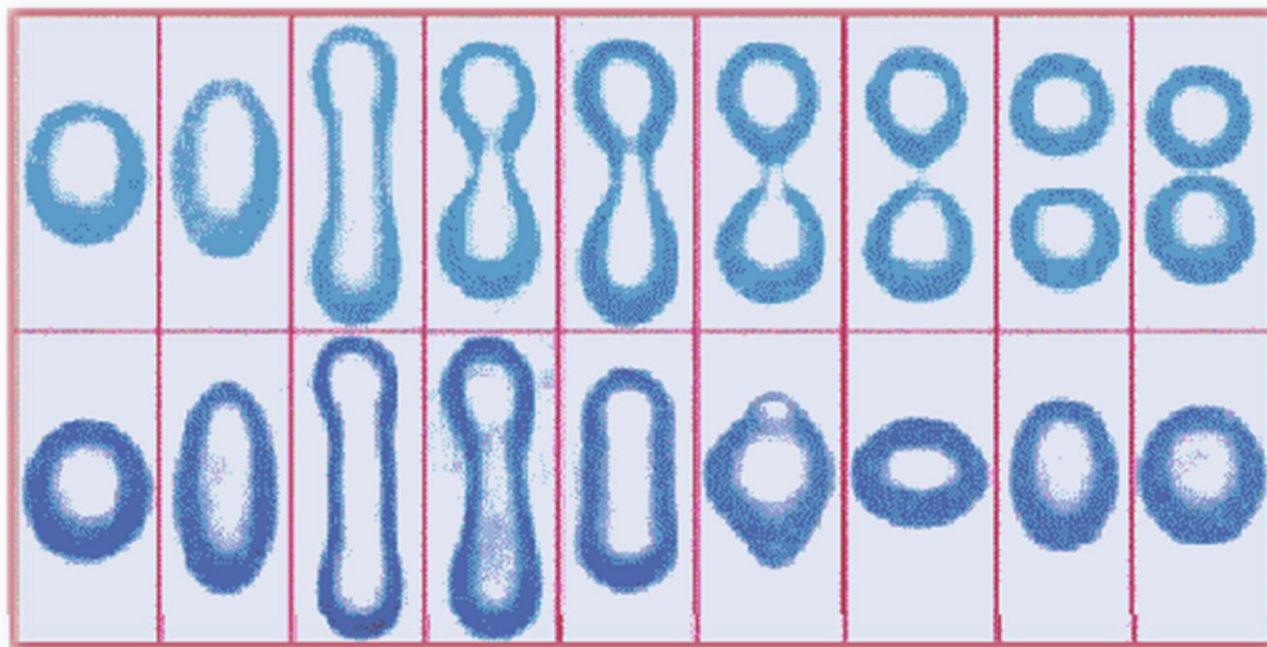
Статистическая модель ядра (Я. И. Френкель – 1936, Л. Л. Ландау – 1937)

Сверхтекучесть ядерного вещества. Сильное притяжение в состоянии пары нуклонов с полным угловым моментом $J=0$ и спином $S = 0$, приводит к сверхтекучести атомных ядер (О. Бор и Дж. Валатин - 1958).

Кластерная модель (Дж. А.Уилер - 1937)

Оптическая модель ядра (Н. F e s h b a c h , С E . P o r t e r , V . F . W e i s k o p f - 1953)

2. Капельная модель ядра



Энергия связи нуклонов в ядре описывается полуэмпирической формулой **Вайцеккера** (Carl Friedrich von Weizsäcker)

$$E_{св} = a_{об} A - a_{нов} A^{2/3} - a_{кул} Z^2 A^{-1/3} - a_{сим} \frac{(A - 2Z)^2}{A} + \delta \cdot A^{-3/4}$$

$$a_{об} = 15.75 \text{ МэВ}, \quad a_{кул} = 0,71 \text{ МэВ},$$

$$a_{нов} = 17,8 \text{ МэВ}, \quad a_{сим} = 23,7 \text{ МэВ},$$

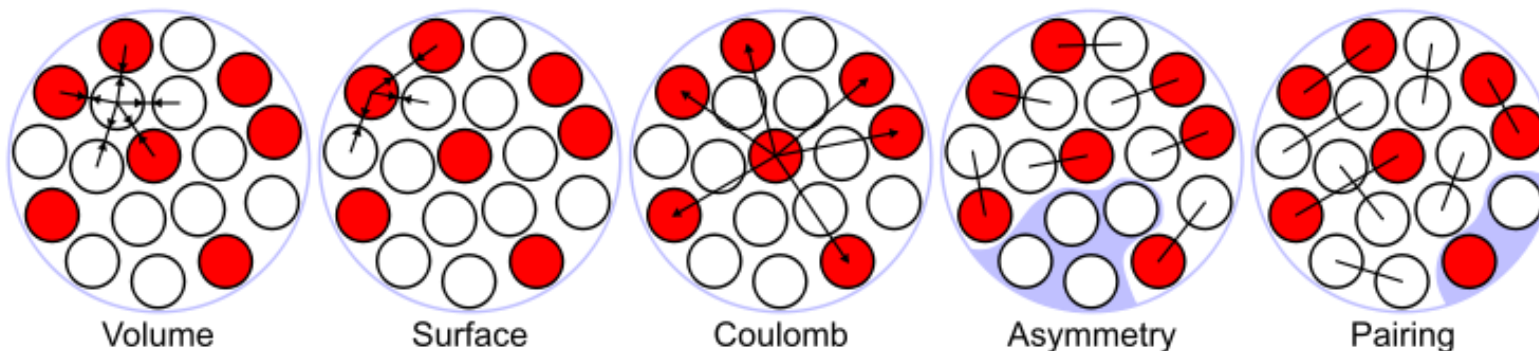
$$\delta = \begin{cases} +|\delta| & \text{— для чётно – чётных ядер} \\ 0 & \text{— для ядер с нечётным } A \\ -|\delta| & \text{— для нечётно – нечётных ядер} \end{cases}$$

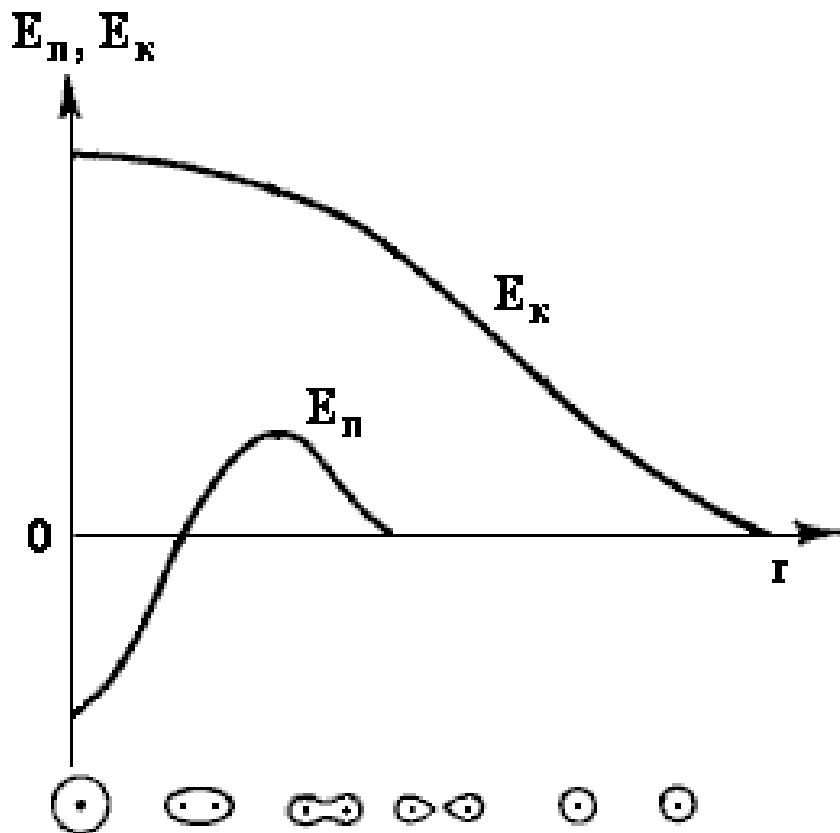
$$|\delta| = \chi A^{-1/3}$$

$$\chi = 12$$

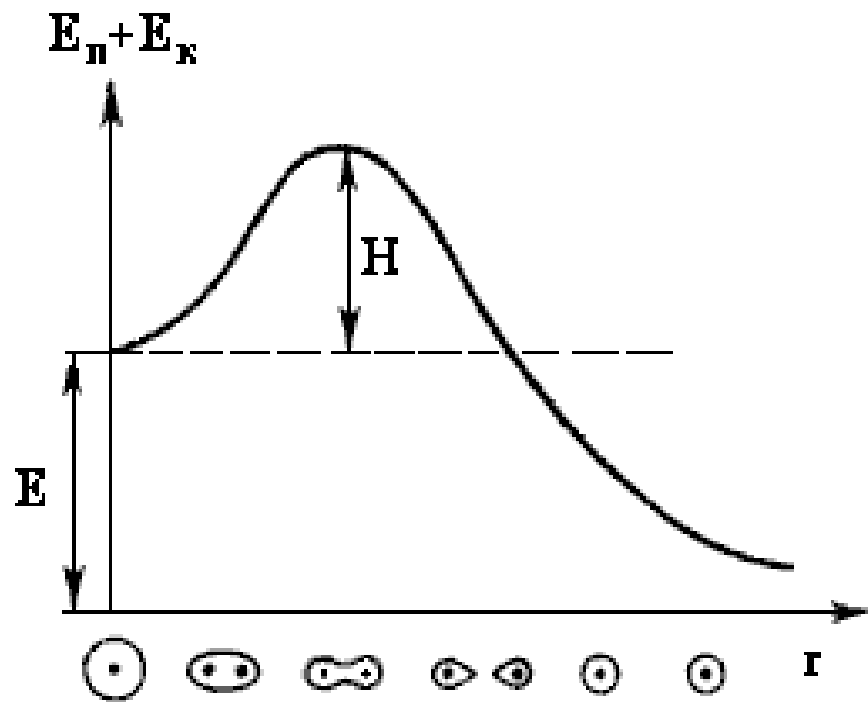


Карл Фридрих фон Вайцеккер
(1912-2007)

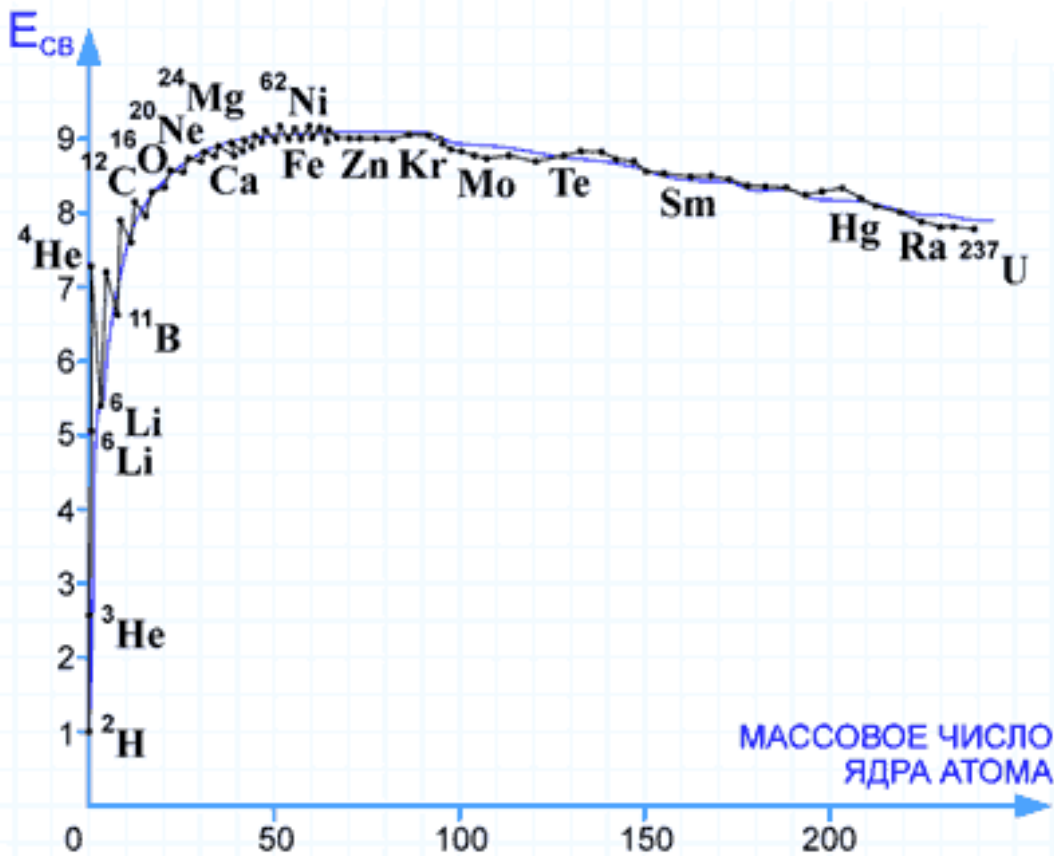




Изменение поверхностной и Кулоновской энергий ядра в процессе деления



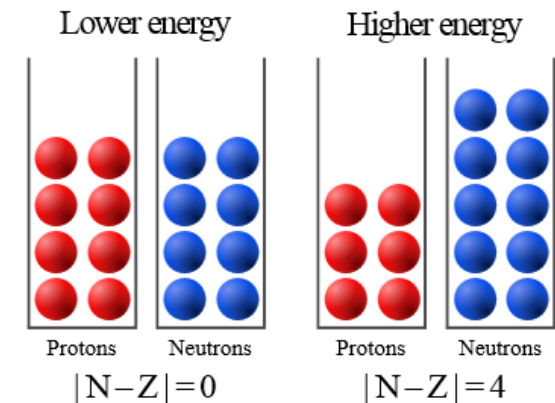
Изменение суммарной поверхностной и Кулоновской энергии в процессе деления ядра



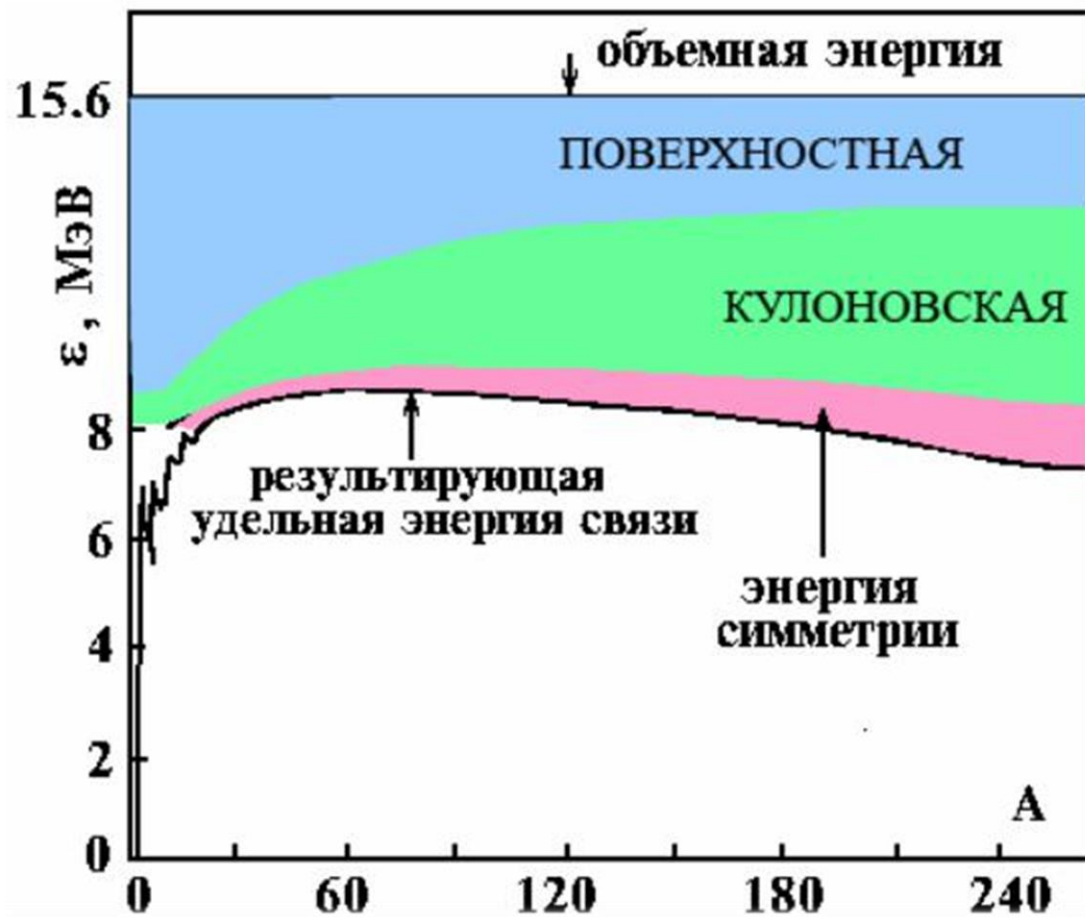
Магические числа протонов и нейтронов

| | |
|----------|---------------------------------------|
| n | 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126, 184 |
| p | 2, 8, 20, 28, 50, 82, 114 |

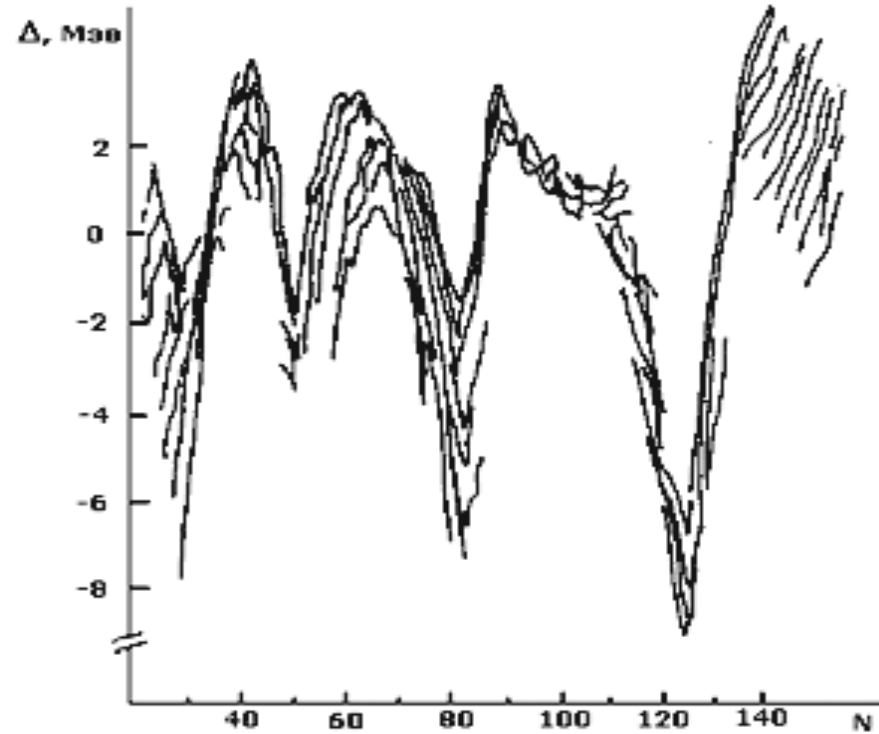
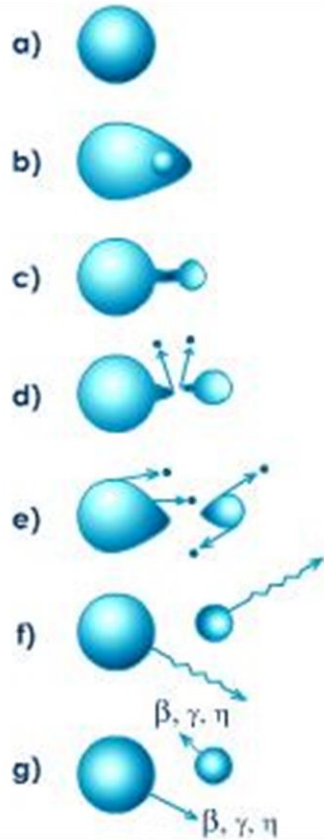
$$A = 16$$



Модель описывает: энергию связи ядра, ядерные реакции при низких энергиях, идущие через составное ядро Бора, реакции деления ядер.

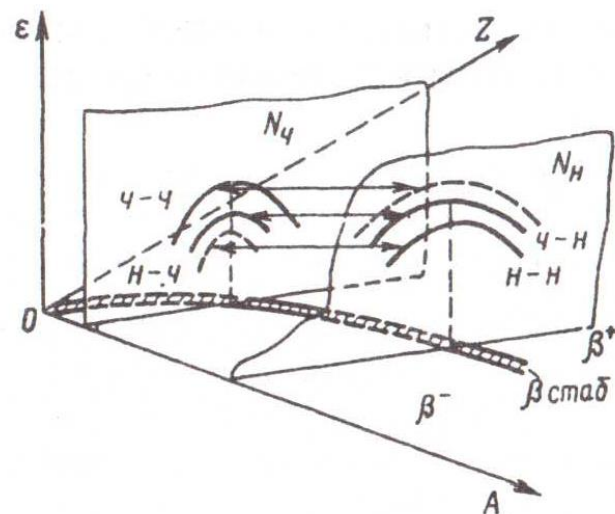
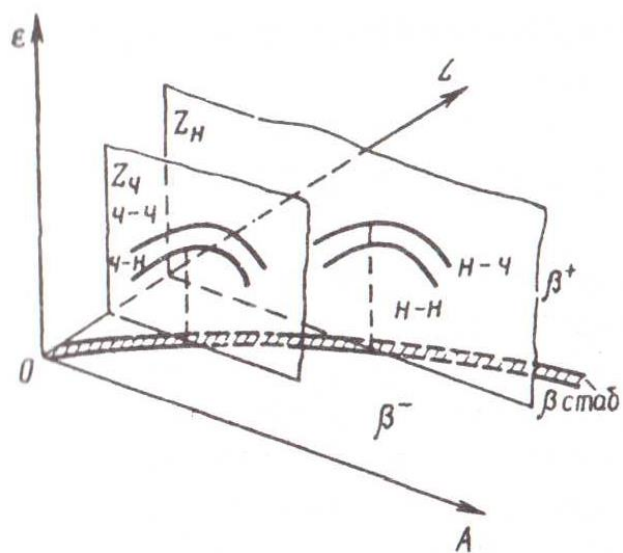
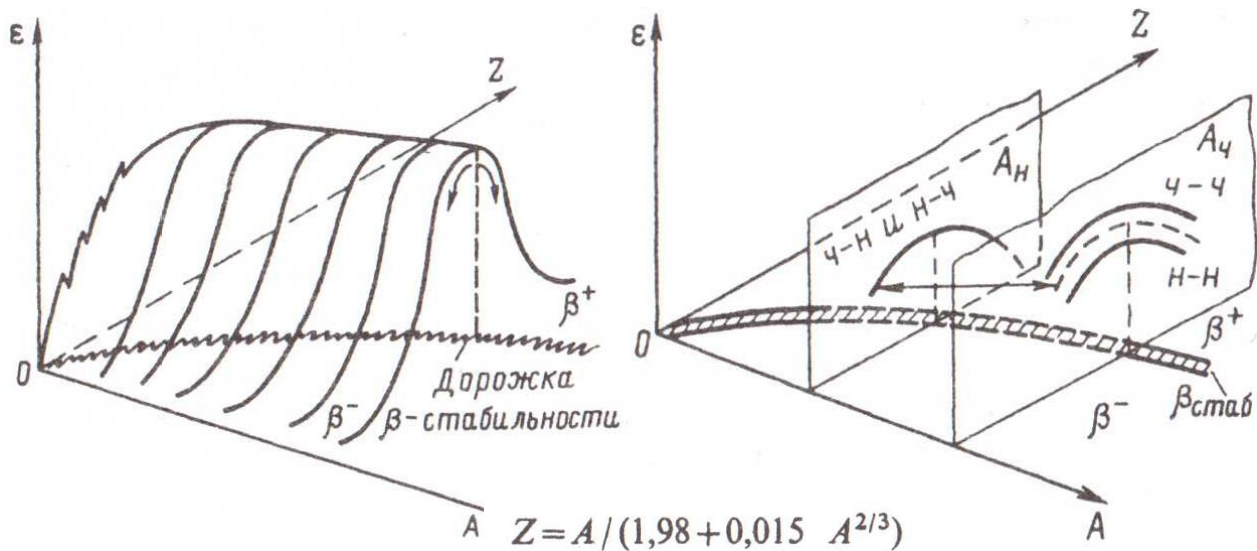


Разность масс между экспериментальными значениями и предсказаниями формулы Вайцзеккера для ядер с различным числом нейтронов

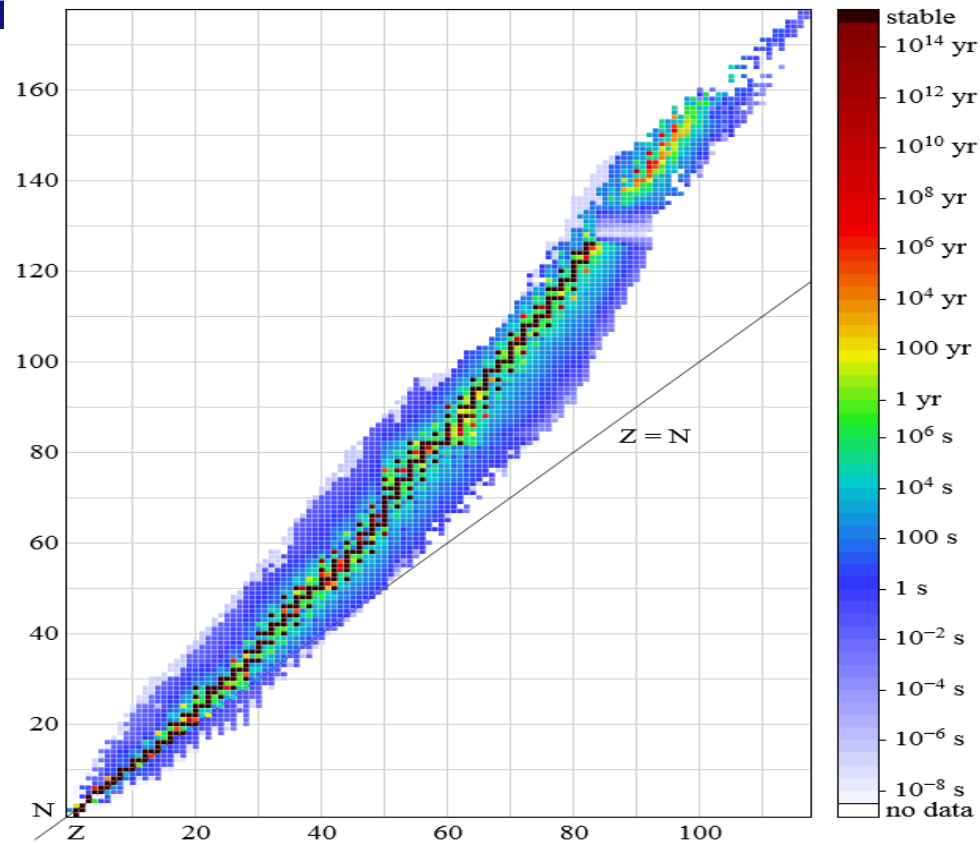


Магические числа протонов и нейтронов

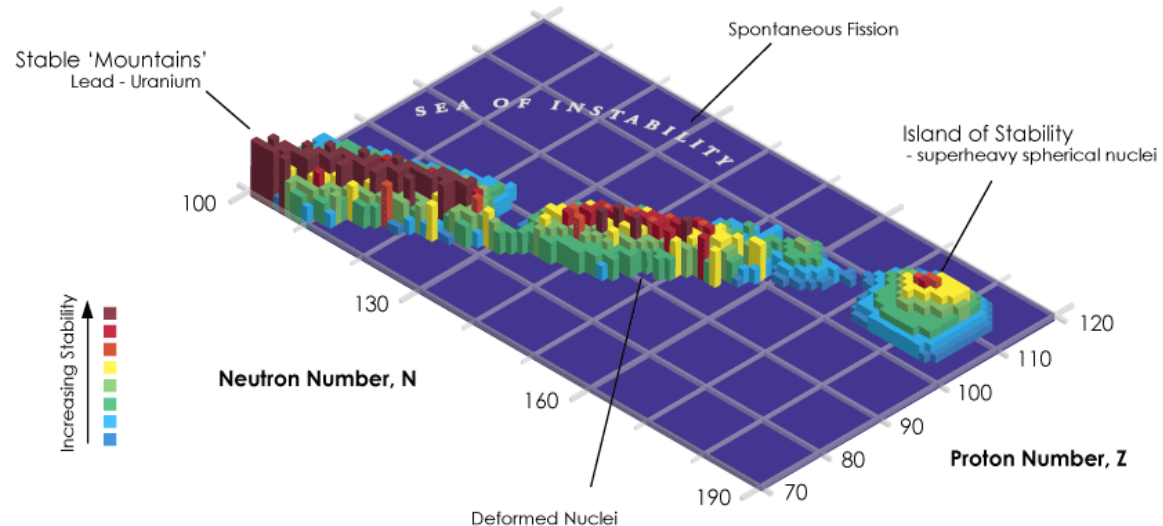
| | |
|----------|---------------------------------------|
| n | 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126, 184 |
| p | 2, 8, 20, 28, 50, 82, 114 |



в более точном приближении энергетическая поверхность является трехслойной поверхностью, на верхнем слое которой расположены значения ϵ для четно-четных (ч-ч) ядер, на среднем — для нечетно-четных (н-ч) и четно-нечетных (ч-н) и на нижнем — для нечетно-нечетных (н-н).



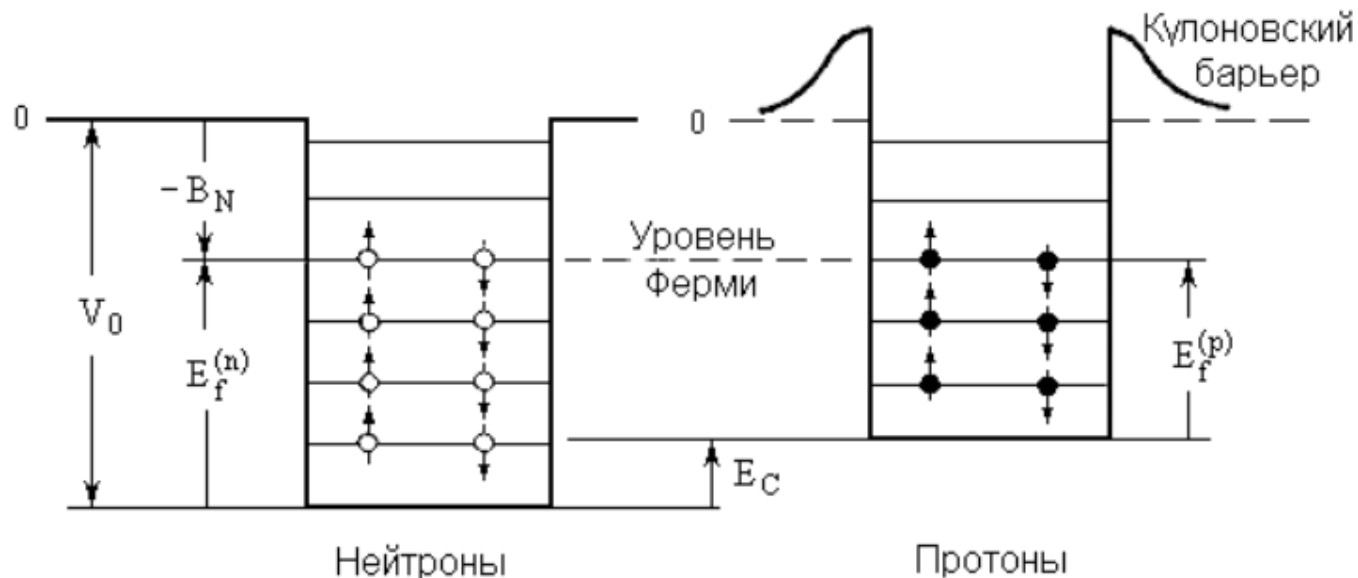
Зависимость числа нейтронов N от числа протонов Z для стабильных ядер ($N=A-Z$).



3. Модель Ферми-газа

В этой модели рассматривается движение невзаимодействующих друг с другом нуклонов в области объемом V , в пределах которой потенциал считается постоянным. Одночастичные состояния нейтронов и протонов описываются плоскими волнами $\Psi_{\vec{p}\sigma} = V^{-1/2} \exp(i\vec{p} \cdot \vec{r} / \hbar) \chi_{\sigma}$, где χ_{σ} - спиновая функция нуклона, характеризующая величину проекции спина ($\sigma = \pm 1/2$) на ось квантования z , \vec{p} - импульс нуклона, \vec{r} - его радиус вектор и $\hbar = 6,5820 \cdot 10^{-22}$ МэВ·сек

На каждом нейтронном (или протонном) уровне могут в соответствии с принципом Паули находиться только два нейтрона (или протона), имеющие разные проекции спина σ



Нейтронные и протонные одночастичные уровни энергии в модели ферми-газа

4. Оболочечная модель ядра

Свойства ядер, подобно свойствам атомов, обнаруживают определённую периодичность при изменении числа составляющих их нуклонов.

В 1949 г. М. Гепперт-Майер и Дж. Йенсен объяснили наличие магических чисел $N, Z = 50, 82$ и $N = 126$ взаимодействием спина нуклона с его орбитальным моментом количества движения. Величина магнитного момента служит для проверки заполнения оболочек. Наилучшие предсказания – для ядер вблизи заполненных оболочек (потенциал – сферически симметричен)

Основные положения:

1. Нуклоны в ядре двигаются в сферически симметричном самосогласованном поле ядерных сил, создаваемом всеми нуклонами ядра – потенциал Вудса-Саксона. Собственные состояния нуклона в такой яме находят, решая соответствующее уравнение Шредингера.

$$U(r) = -\frac{U_0}{1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right)},$$

где

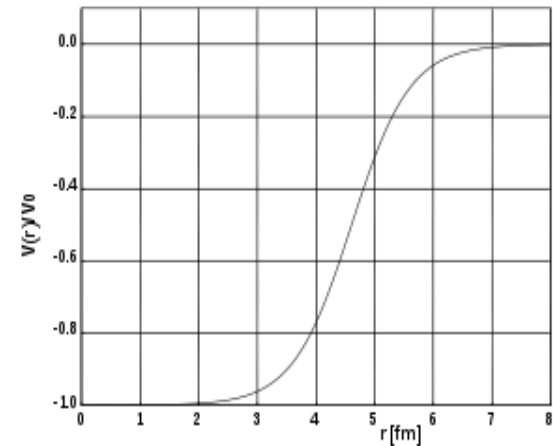
- $R = r_0 A^{1/3}$ – радиус ядра,
 - $r_0 \approx 1,25$ фм, параметр, приближённо равный среднему расстоянию между нуклонами в ядре;
 - A – массовое число ядра,
- a – параметр диффузности, характеризующий размытие края потенциальной ямы (0,5 фм),
- U_0 – глубина потенциальной ямы (типичное значение — 50 МэВ).



Мария Гепперт-Майер
(1906 – 1972)



Ханс Йенсен
(1906 – 1973)



Форма потенциала Вудса — Саксона

2. Нуклоны в потенциальной яме могут находиться на различных дискретных энергетических уровнях. Основному состоянию ядра соответствует полное заполнение самых нижних уровней. Заполнение оболочек происходит в соответствии с принципом Паули.

Состояние нуклона в потенциальной яме характеризуется квантовыми числами n, l, j, m_j и определенной чётностью. Число $n = 1, 2, 3, \dots$ – *главное квантовое число* нумерует энергетические уровни нуклона при заданном l . Чем больше энергия нуклона, тем больше n и тем больше среднее расстояние нуклона от центра ядра. Уровни с квантовыми числами орбитального момента $l = 0, 1, 2,$ и т.д. (орбитальный момент может иметь только целочисленные значения обозначаются соответственно буквами s (не путать с обозначением спина), p, d, f и далее по алфавиту. По правилу сложения квантовомеханических векторов для $l \neq 0$ квантовое число j полного момента может иметь только два значения

$$j = l \pm 1/2.$$

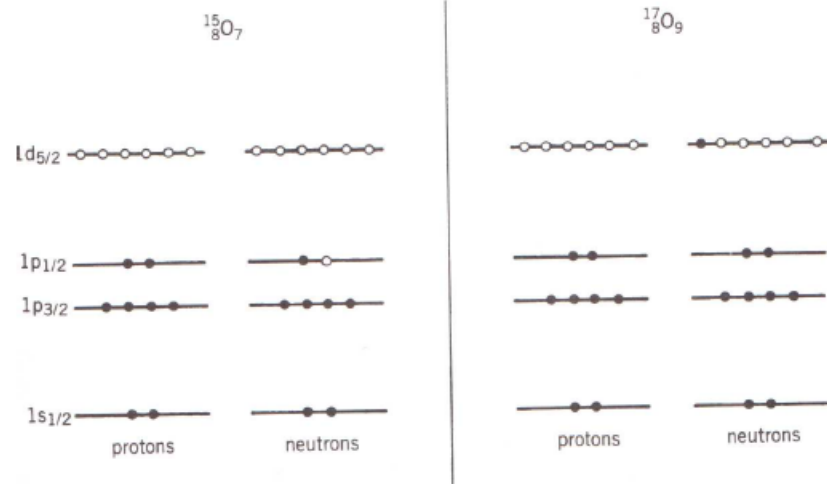
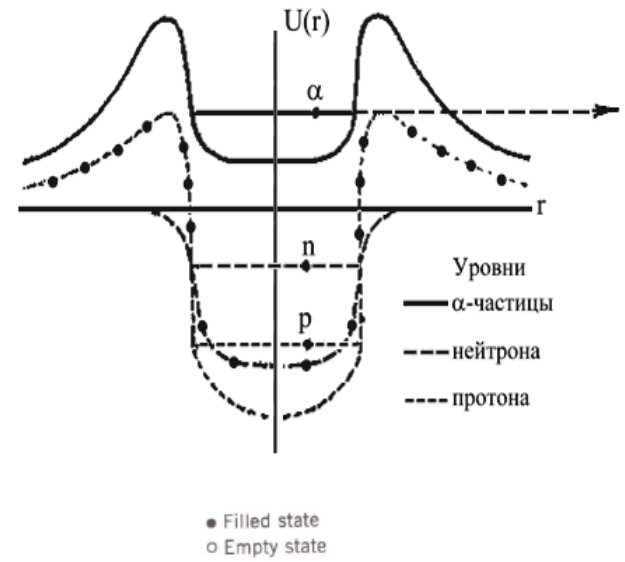
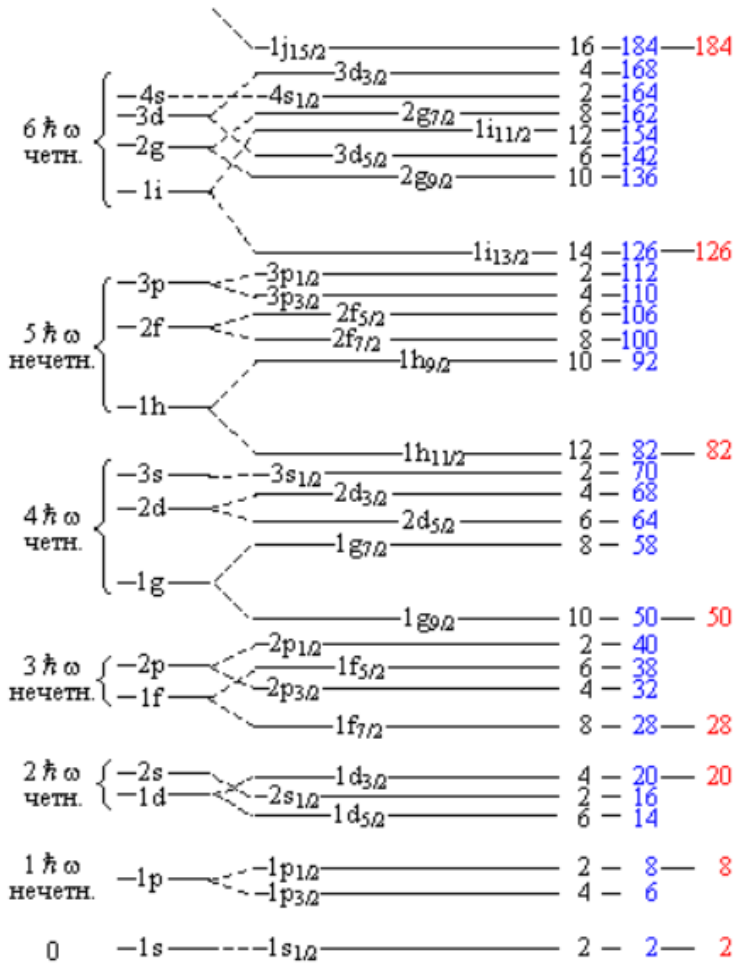
Значение полного момента j указывается нижним индексом у латинской буквы, определяющей значение l . Таким образом, в ядре возможны состояния нуклонов следующего вида: $s_{1/2}, p_{1/2}, p_{3/2}, d_{3/2}, d_{5/2}$ и т. д.

Различные орбиты nj обозначаются буквами и цифрами. Например, $2s_{1/2}$ это состояние с $n=2, l=0$ и $j=1/2$; $3f_{7/2}$ это состояние с $n=3, l=3$ и $j=7/2$ и т.д.

The magic numbers are then

- 1st shell: 2 states ($n = 0, j = 1/2$).
- 2nd shell: 6 states ($n = 1, j = 1/2$ or $3/2$).
- 3rd shell: 12 states ($n = 2, j = 1/2, 3/2$ or $5/2$).
- 4th shell: 8 states ($n = 3, j = 7/2$).
- 5th shell: 22 states ($n = 3, j = 1/2, 3/2$ or $5/2$; $n = 4, j = 9/2$).
- 6th shell: 32 states ($n = 4, j = 1/2, 3/2, 5/2$ or $7/2$; $n = 5, j = 11/2$).
- 7th shell: 44 states ($n = 5, j = 1/2, 3/2, 5/2, 7/2$ or $9/2$; $n = 6, j = 13/2$).
- 8th shell: 58 states ($n = 6, j = 1/2, 3/2, 5/2, 7/2, 9/2$ or $11/2$; $n = 7, j = 15/2$).

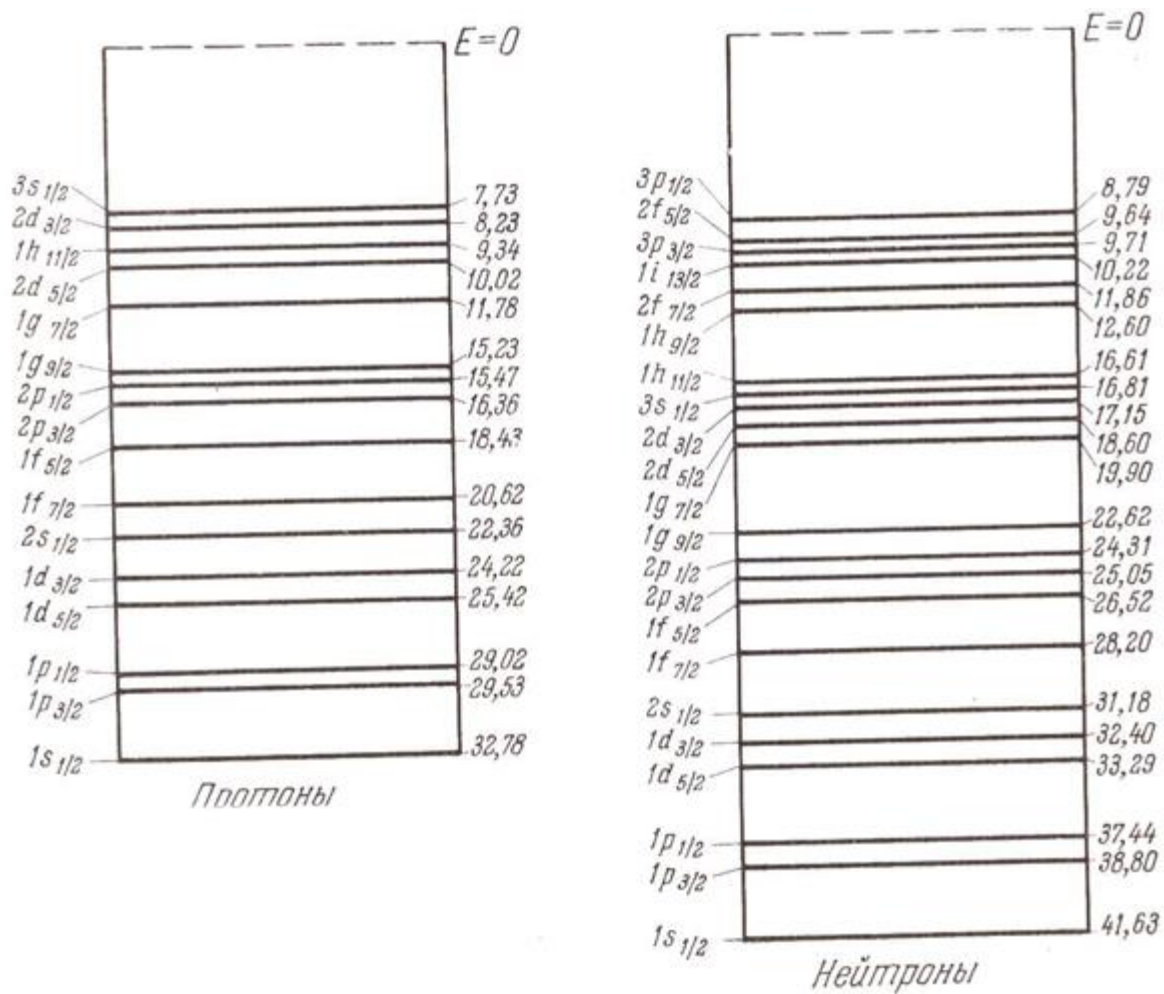
- 2
- $8 = 2 + 6$
- $20 = 2 + 6 + 12$
- $28 = 2 + 6 + 12 + 8$
- $50 = 2 + 6 + 12 + 8 + 22$
- $82 = 2 + 6 + 12 + 8 + 22 + 32$
- $126 = 2 + 6 + 12 + 8 + 22 + 32 + 44$
- $184 = 2 + 6 + 12 + 8 + 22 + 32 + 44 + 58$

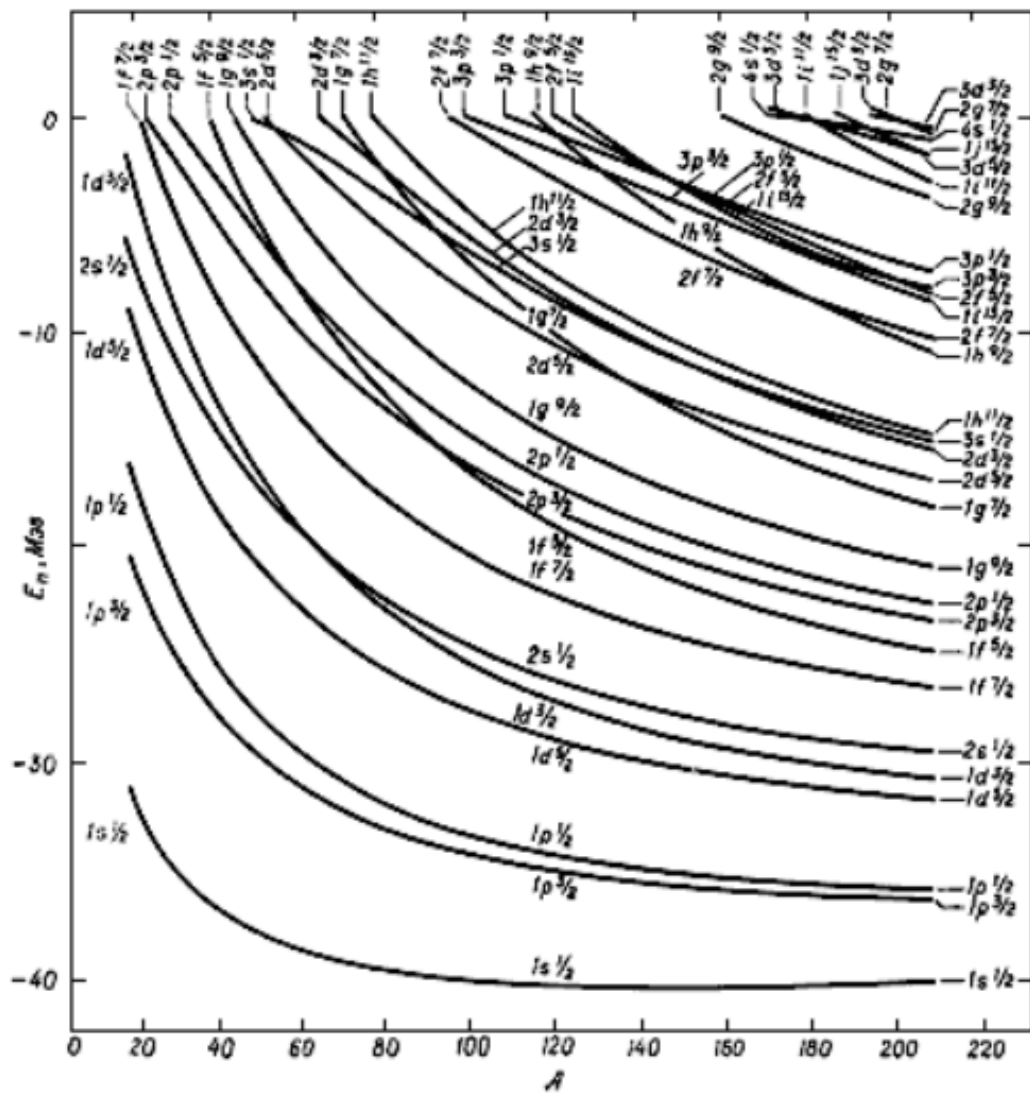


Одночастичные уровни в оболочечном потенциале.

Фигурные скобки объединяют уровни, входящие в одну осцилляторную оболочку. Черным цветом дано число вакантных мест для нуклонов одного сорта, в синем приведено полное число частиц, красным указаны магические числа

Последовательность протонных и нейтронных уровней в самосогласованном потенциале изотопа свинца ${}_{82}\text{Pb}^{208}$

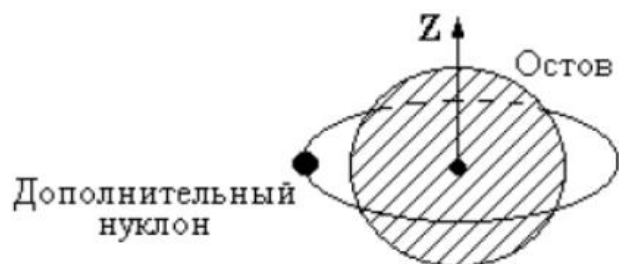




Зависимость энергии нейтронных одночастичных состояний от массового числа A сферически симметричных атомных ядер

| Оболочка | Ядро | Спин | Магн. момент | | Состояние |
|----------|---|------|--------------|-------|--|
| | | | эксп. | теор. | |
| I | n | 1/2 | -1.91 | – | $1S_{1/2}^1$ |
| | p | 1/2 | 2.79 | – | $1S_{1/2}^1$ |
| | $1d^2$ | 1 | 0.86 | 0.88 | $1S_{1/2}^2$ |
| | $1H^3$ | 1/2 | 2.98 | 2.79 | $1S_{1/2}^3$ |
| | $2He^3$ | 1/2 | -2.13 | -1.91 | $1S_{1/2}^3$ |
| | $2He^4$ | 0 | 0 | 0 | $1S_{1/2}^4$ |
| II | $2He^5$ и $3Li^5$ – этих ядер нет в природе, они распадаются на He^4 , т.е. оболочка $1S^4$ не может ничего присоединить. | | | | |
| | $3Li^6$ | 1 | 0.82 | 0.88 | $(1S^4) (2S^2)$ или $He^4 (2S^2)$ |
| | $3Li^7$ | 3/2 | 3.26 | 3.07 | $(1S^4) (1P_{3/2}^3)$ |
| | $4Be^9$ | 3/2 | -1.17 | -1.14 | $(1S^4) (1P_{3/2}^5)$ |
| | $5B^{10}$ | 3 | 1.79 | 1.88 | $(1S^4) (1P_{3/2}^6)$ |
| | $5B^{11}$ | 3/2 | 2.69 | – | $(1S^4) (1P_{3/2}^5) (2S^2)$ |
| | $6C^{12}$ | 0 | 0 | 0 | $(1S^4) (1P_{3/2}^8)$ |
| III | $6C^{13}$ | 1/2 | 0.70 | 0.64 | $(1S^4) (1P_{3/2}^8) (1P_{1/2}^1)$ |
| | $7N^{14}$ | 1 | 0.40 | 0.40 | $(1S^4) (1P_{3/2}^8) (1P_{1/2}^2)$ |
| | $7N^{15}$ | 1/2 | -0.28 | -0.24 | $(1S^4) (1P_{3/2}^8) (1P_{1/2}^3)$ |
| | $8O^{16}$ | 0 | 0 | 0 | $(1S^4) (1P_{3/2}^8) (1P_{1/2}^4)$ |
| IV | O^{17} | 5/2 | -1.89 | -1.91 | $(1S^4) (1P_{3/2}^8) (1P_{1/2}^4) (1d_{5/2}^1)$ |
| | F^{19} | 1/2 | 2.63 | 2.79 | $(1S^4) (1P_{3/2}^8) (1P_{1/2}^4) (2S_{1/2}^3)$ |
| | Ne^{20} | 0 | 0 | 0 | $(1S^4) (1P_{3/2}^8) (1P_{1/2}^4) (2S_{1/2}^4)$ |
| V | Ne^{21} | 3/2 | – | – | $(1S^4) (1P_{3/2}^8) (1P_{1/2}^4) (2S_{1/2}^4) (1P_{3/2}^4)$ |
| | Na^{22} | 3 | 1.75 | 1.88 | $(2P_{3/2}^1)$ |
| | Mg^{25} | 5/2 | -0.85 | -1.06 | $(1S_{1/2}^3)$ |
| | Si^{28} | 0 | 0 | 0 | $(1S_{1/2}^4)$ |

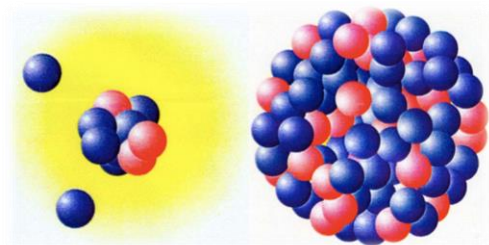
5. Обобщенная модель ядра



Модель рассматривает заполненную оболочку как остов, и в ее поле вращается дополнительный нуклон

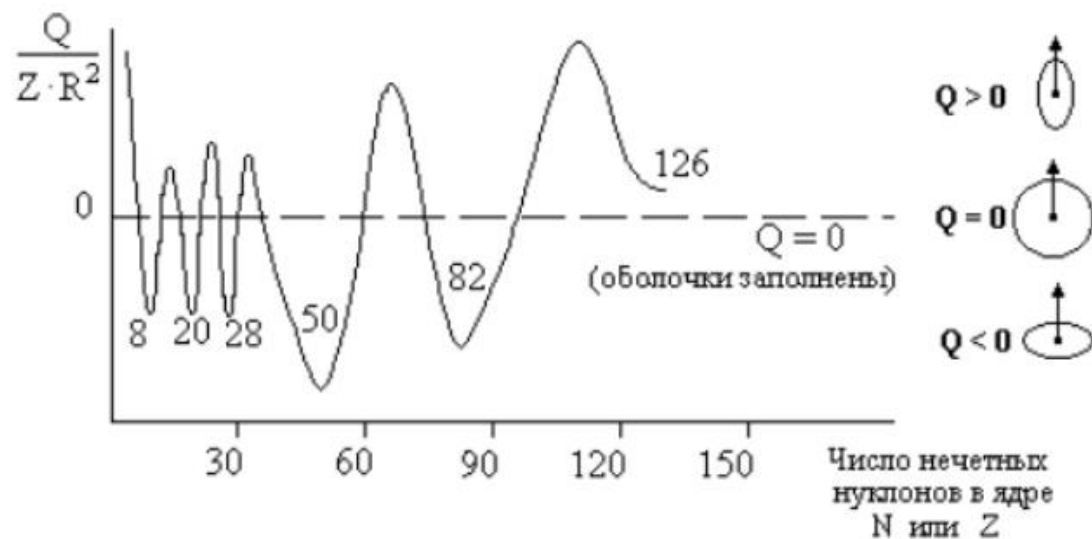
Остов ядра деформируется валентным нуклоном, что приводит к появлению квадрупольного электрического момента ядра Q

$$Q = Z \int r^2 \rho(r) (3 \cos^2 \theta - 1) d^3r.$$

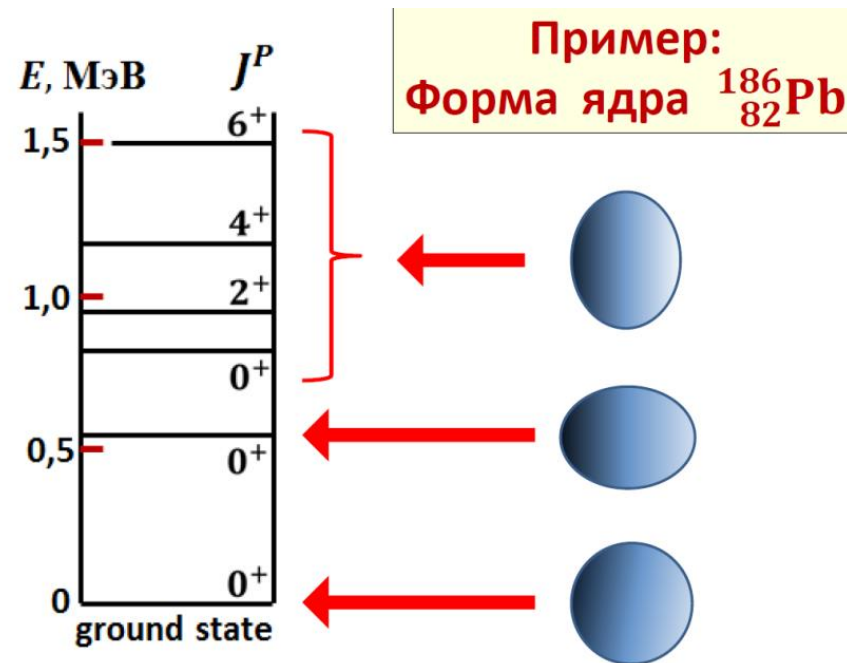


^{11}Li

^{208}Pb



Модель используется для описания деформированных атомных ядер, которые могут быть вытянутыми или сплюснутыми относительно оси симметрии ядра. Ось симметрии ядра, как правило, совпадает с направлением суммарного спина ядра.



6. Оптическая модель ядра

Ядро представляет собой "серую" полупрозрачную сферу с определенными коэффициентами преломления и поглощения.

При попадании на такую сферу упавшая частица (волна) испытывает все виды взаимодействия, характерные для распространения света в полупрозрачной оптической среде: отражение, преломление, поглощение.

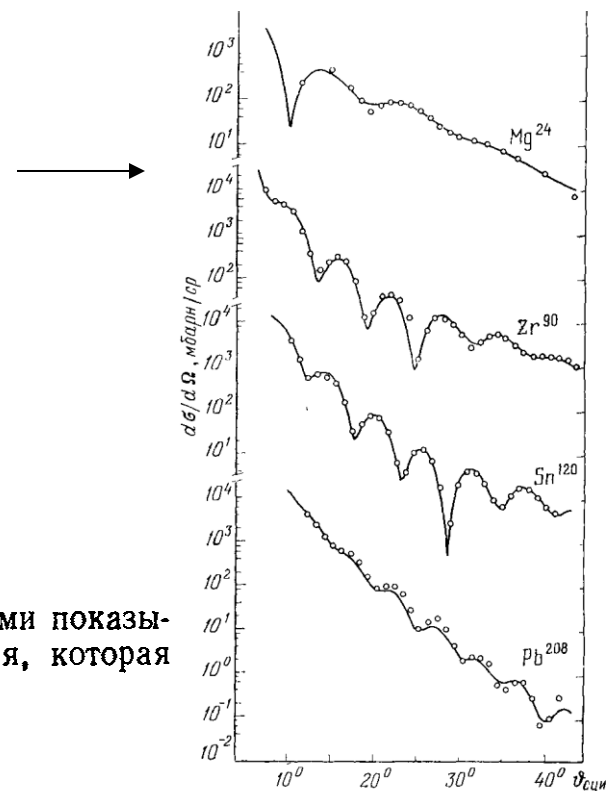
Усредненный потенциал в таком ядре имеет вид $U(r) = V + iW$, т.е. содержит мнимую часть, учитывающую поглощение падающей волны. В разных вариантах оптической модели потенциал $U(r)$ представляют в виде прямоугольной ямы.

Модель позволяет вычислять упругое рассеяние, суммарное сечение всех неупругих процессов, а также угловые характеристики рассеянных ядер частиц.

Дифференциальные сечения упругого рассеяния ядра изотопа гелия ${}^3_2\text{He}$ с энергией 130 МэВ на разных ядрах.

Точки — экспериментальные данные, сплошные кривые рассчитаны по оптической модели с соответствующим подбором параметров оптического потенциала.

Практический анализ и сравнение расчетов с опытными данными показывают, что оптическая модель описывает ту часть упругого рассеяния, которая происходит без образования составного ядра.



7. Модель Глаубера

Рассеяние быстрой частицы на ядре сводится к последовательному рассеянию ее на отдельных частицах мишени. Результирующее рассеяние получается усреднением по положениям рассеивающих центров. Рассеяние на отдельной частице носит характер дифракционного.

1. Фазовые сдвиги, возникающие при прохождении через ядро падающей частицы-волны, вызываемые отдельными нуклонами ядра, суммируются.
2. Рассмотрение прохождения частицы через ядро проводится в представлении параметра удара (геометрическая оптика).
3. Ядерная волновая функция не успевает измениться за время прохождения частицы через ядро.

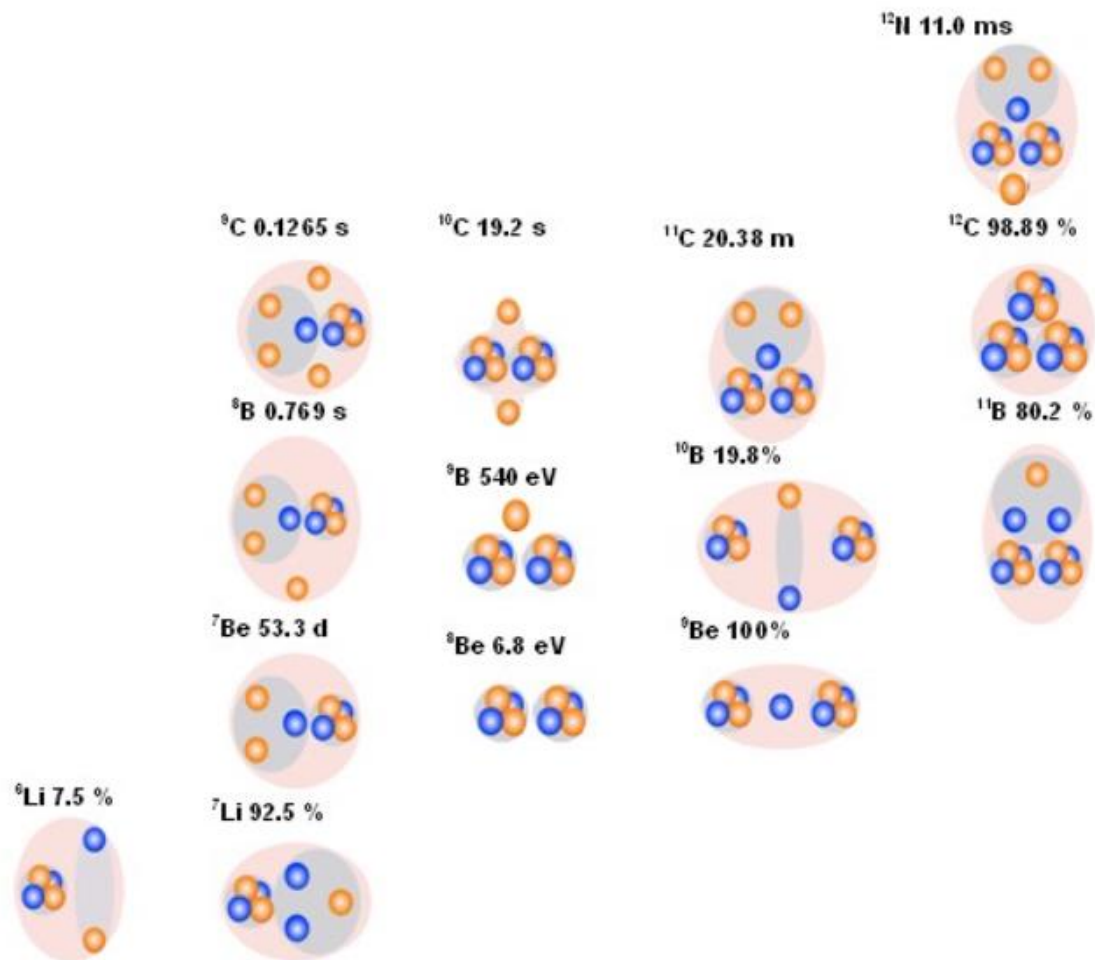
Как известно, сечение взаимодействия частицы с ядром для процессов сильного взаимодействия может быть представлено в виде

$$\sigma_{\text{tot}} = \sigma_{\text{упр}} + \sigma_{\text{неупр}} + \sigma_{\text{квазиупр.}}$$

В модели Глаубера сечение имеет вид

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{tot}} &= A\sigma_{\text{pp}} \left[1 - \frac{A^2}{A+1} \frac{\sigma_{\text{pp}}(1-\alpha^2)}{4\pi(R^2+2B)} + \dots \right] = \\ &= A\sigma_{\text{pp}} - G(A); \quad G(A) = G_{\text{упр}} + G_{\text{неупр}}, \end{aligned}$$

Кластеры в лёгких ядрах



Несмотря на то, что в простейших моделях атомное ядро обычно рассматривается как система, состоящая из отдельных нуклонов, в результате взаимодействия между нуклонами в ядре образуются компактные структуры, состоящие из двух или большего числа частиц, которые могут возникать внутри атомного ядра. Кластерная структура особенно отчетливо проявляется в лёгких ядрах. Кластерная структура атомных ядер проявляется в процессах α -распада, в различных ядерных реакциях.

8. Гидродинамические модели

Ядро – гидродинамическая система, которую можно описать, введя уравнение состояния, плотность энергии, температуру, энтропию и другие гидродинамические характеристики ядерной материи.

Гидродинамические модели служат для описания сильновзаимодействующей ядерной материи, которая отождествляется с идеальной жидкостью. Вводятся локальные переменные, зависящие от координат x : плотность энергии $\varepsilon(x)$, давление $p(x)$, плотность энтропии $s(x)$, температура $T(x)$, 4-скорость $u_\mu(x)$. Для описания идеальной жидкости используется тензор энергии-импульса

$$T^{\mu\nu} = (\varepsilon + p)u^\mu u^\nu - g^{\mu\nu}p$$

и закон сохранения

$$\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0.$$

Указанный путь реализуется во многих гидродинамических моделях. Эти модели используются при описании процессов взаимодействия частиц с ядрами или ядер с ядрами при высоких энергиях и дают предсказания о множественном рождении частиц в зависимости от энергии сталкивающихся частиц, о поведении импульсных распределений вновь рожденных частиц ($f(p_\perp)$ и $f(p_\parallel)$).

9. Понятие о ядерных силах

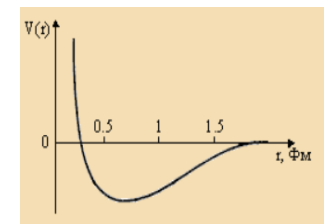
общие свойства ядерных сил:

масса пиона

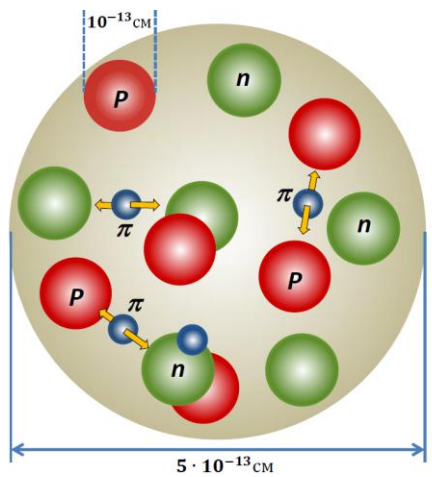
$$U_{\pi}(r) = g_{\pi} \frac{e^{-(m_{\pi}c/\hbar)r}}{r}$$

Потенциал Юкавы

- малый радиус действия ядерных сил ($R \sim 1$ Фм);
- большая величина ядерного потенциала $U \sim 50$ МэВ;
- зависимость ядерных сил от спинов взаимодействующих частиц;
- тензорный характер взаимодействия нуклонов;
- ядерные силы зависят от взаимной ориентации спинового и орбитального моментов нуклона (спин-орбитальные силы);
- ядерное взаимодействие обладает свойством насыщения;
- зарядовая независимость ядерных сил;
- обменный характер ядерного взаимодействия;
- притяжение между нуклонами на больших расстояниях ($r > 1$ Фм), сменяется отталкиванием на малых ($r < 0,5$ Фм).



На малых расстояниях ($r < 0.3$ Фм) притяжение между нуклонами сменяется на отталкивание.

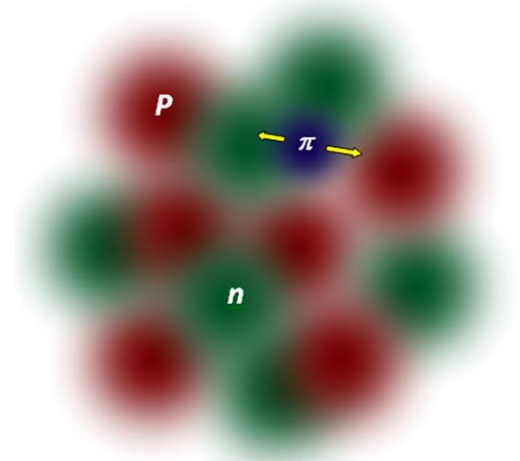


Модель Юкавы



Ядро ¹²C
Современное представление

Нуклоны двигаются в ядре хаотически со средней скоростью ~ 0,2 с



Художественная модель

Х. Юкава (1035, Ноб.пр.1949 г.): В области низких и промежуточных энергий силы N-N взаимодействий создаются путем обмена виртуальными частицами – мезонами



Хидеки Юкава
(1907 –1981)

Если нуклон испускает частицу массой m , неопределенность его полной энергии будет

$$\Delta E \geq mc^2$$

Время для обмена $\Delta t \leq \hbar/mc^2$

Если за это время нуклон встретит другой нуклон, то произойдет обмен (взаимодействие), если нет - виртуальная частица поглотится нуклоном, который её испустил. За это время частица пройдет расстояние

$$R = \Delta t \cdot c \leq \hbar/mc \quad 1.5 - 2 \text{ ФМ.}$$

Отсюда, зная радиус действия ядерных сил, можно определить массу виртуальной частицы

$$m \approx 300m_e$$

В 1947 г. заряженные мезоны такой массы были обнаружены в космическом излучении.

Вплоть до энергии 500 МэВ пион-нуклонное взаимодействие осуществляется в отсутствие влияния других квантов поля.

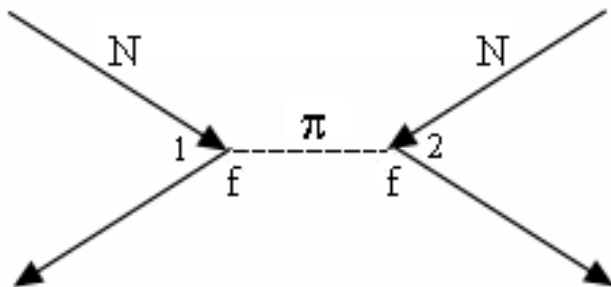
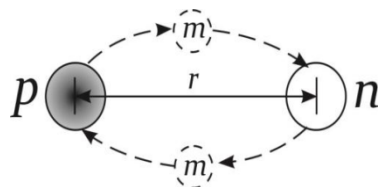
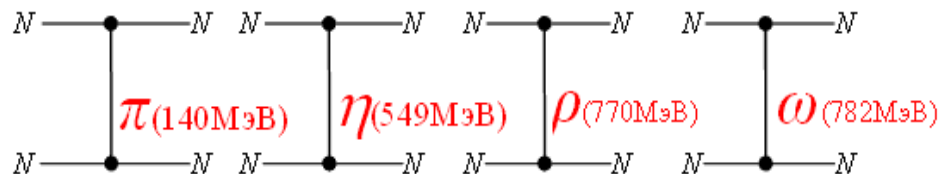


Диаграмма Фейнмана для однопионного взаимодействия нуклонов.



ВМЕСТО ЗАКЛЮЧЕНИЯ:

“Трудно сегодня полностью представить то потрясение, которое испытали физики, воспитанные на представлениях модели жидкой капли и модели составного ядра, на которых основывалась интерпретация ядерных явлений в течение предыдущего десятилетия, в связи с обнаружением оболочечной структуры ядра.”

*О. Бор.
Вращательное движение в ядрах
УФН, т.120, вып. 4, стр. 544 (1976)*

Источники информации

1. К.Н. Мухин. Экспериментальная ядерная физика. В 3-х тт. СПб.: Издательство «Лань», 2008. Т.1, Глава II, стр.117-162
2. Широков Ю.М., Юдин Н.П. Ядерная физика. Изд. 2е. М.: Наука, 1980. Глава III. <http://review3d.ru/shirokov-yu-m-yudin-n-p-yadernaya-fizika-izd-2e>
3. Б.С. Ишиханов. История атомного ядра, <http://nuclphys.sinp.msu.ru/histan/histan10.htm>
4. K.S.Krane. Introductory Nuclear Physics. Wiley, 1988. Chapter 5; <http://www.fulviofrisone.com/attachments/article/446/Krane%20-%20Introductory%20Nuclear%20Physics.pdf> .